PITÁGORAS
FACULDADE

Engenharia Civil

Apostila

CONCRETO ARMADO

Prof. Clauderson Basileu Carvalho

Belo Horizonte, Fevereiro de 2012

SUMÁRIO

1. GENERALIDADES 3

2. SOLICITAÇÃO NORMAL SIMPLES 42

3. DIMENSIONAMENTO DE LAJES – CÁLCULO ELÁSTICO 65

4. VIGAS 79

5. FISSURAÇÃO 90

6. CISALHAMENTO 108

7. ADERÊNCIA E ANCORAGEM 126

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 131

9. ANEXO A – TABELA DE CARREGAMENTOS 153

10. ANEXO B – TABELAS PARA CÁLCULO DE LAJES 155

1. GENERALIDADES

1.1. INTRODUÇÃO

O concreto armado é uma associação de concreto e aço que tem por finalidade aproveitar vantajosamente as qualidades desses dois materiais.

O concreto oferece grande resistência aos esforços de compressão e muito pouca aos esforços de tração (10% da resistência à compressão). O aço, em compensação, apresenta muito boa resistência a ambos os esforços. A união do aço com o concreto visa, portanto, a suprir as deficiências do concreto em relação aos esforços de tração, reforçando a sua resistência à compressão. Além disso, o aço absorve os esforços de cisalhamento ou cortantes que atuam nos elementos de concreto.

As peças que compõem uma estrutura de concreto armado tendem a constituir-se, graças às características do concreto simples e do aço, num conjunto monolítico, isto é, uma peça única. As principais características que permitem essa perfeita união advêm do fato de que o concreto simples e o aço possuem boa aderência mútua e um coeficiente de dilatação térmica praticamente igual ($\alpha \approx 10^{-5}$ /ºC). Por outro lado, quando embutido no concreto, o aço fica protegido da corrosão, em virtude da natureza alcalina do cimento e da falta de contato com o oxigênio do ar.

O concreto armado, como material de construção, apresenta as seguintes vantagens:

- economia em relação a outros materiais;
- soluções monolíticas;
- manutenção e conservação praticamente nulas;
- grande durabilidade (resistência a efeitos atmosféricos);
- boa resistência ao fogo;
- adaptação a qualquer forma;
- maior resistência mecânica com a idade;
- boa resistência a choques e vibrações; e
- fácil execução.

Por outro lado, apresenta algumas desvantagens, principalmente quando comparado com outros materiais de construção utilizados para a mesma finalidade, dentre as quais se destacam as seguintes:

- impossibilidade de sofrer modificações;
- baixo grau de proteção térmica e isolamento acústico;

- demolição de custo elevado e sem reaproveitamento do material; e
- peso próprio elevado (peso específico γ_{conc} = 25 kN/m³ = 2,5 tf/m³ = 2.500 kgf/m³).

Por suas características e composição, o concreto armado é usado principalmente na confecção de elementos estruturais.

É com base nos esforços a que são submetidos esses elementos que são feitos os cálculos para o dimensionamento das peças de concreto armado.

1.2. HISTÓRICO

Não há o registro exato da época em que o concreto começou a ser utilizado, mas, sem dúvida, tornou-se presença constante nas edificações do mundo contemporâneo.

Pioneiros da construção, assírios e babilônios usavam a argila para obter a sua liga, mas produziam uma argamassa de pouca resistência. Os egípcios, porém, obtiveram outra argamassa com mais resistência, introduzindo como aglomerante cal e gesso no lugar da argila, demonstrado nas construções de suas pirâmides e templos. Os romanos criaram um aglomerante de grande durabilidade adicionando ao calcário a cinza vulcânica do Vesúvio, chamada pozzolana.

A descoberta do cimento tem sua origem nas pesquisas realizadas por **John Smeaton e James Parker**. Em 1796 **James Parker** patenteia um cimento hidráulico natural, obtido da calcinação de nódulos de calcário impuro contendo argila. Este cimento é chamado de Parker ou Romano.

Em 1824 **Joseph Aspdin** solicitou e obteve a Patente para um aperfeiçoamento no método de produzir pedra artificial, iniciada por **Louis Vicat**. **Aspdin** deu-lhe o nome de Cimento Portland, por sua semelhança com a famosa pedra calcária branco-prateada que se extraía há mais de três séculos de algumas pedreiras existentes na pequena península de Portland no Condado de Dorset.

O concreto já havia sido usado por arquitetos romanos e cristãos primitivos, mas durante a maior parte da Idade Média e da Renascença foi abandonado, ressurgindo na segunda metade do século XIX para fins usuais.

O conceito referente a concreto armado surgiu na França, em 1849, quando **Lambot** construiu um pequeno barco com argamassa e fios de aço de pequeno diâmetro, exibido em Paris em 1855.

Em 1861, o horticultor e paisagista **Joseph Monier**, constrói vasos ornamentais em argamassa armada, conseguindo em 1867 patentear essa invenção. Posteriormente, consegue patentes de tubos, reservatórios, placas e pontes.

Em 1850 tem inicio uma série de ensaios realizados pelo advogado norte americano **Thaddeus Hyatt**, que em 1877 obtém patente para um sistema de execução de vigas de concreto e aço, no qual as barras previam os efeitos de tração e cisalhamento, sugerindo o uso de estribos e barras dobradas.

Em 1880 **Hennebique**, na França, constrói a primeira laje armada com barras de aço de seção circular.

Em 1886 **Dohring**, na Alemanha, registra a primeira patente sobre aplicação de protensão em placas e em pequenas vigas.

Em 1897 **Rabut**, na França, inicia o primeiro, curso sobre concreto armado, na "École des Ponts et Chaussées".

Em 1902 **Mörsch**, engenheiro alemão, publica a primeira edição de seu livro, apresentando resultados de numerosas experiências, tornando-se um dos mais importantes pesquisadores do concreto armado.

De 1900 a 1910 análises básicas do cimento são normalizadas.

Até o final do século XIX era utilizado um concreto bastante seco, difícil de ser moldado, requerendo muita mão–de–obra para compactar o concreto lançado para nem sempre obter um bom resultado, pois era difícil de preencher os vazios, o que fez com que concretos mais plásticos (com mais água) passassem a ser utilizados.

A engenharia nacional se destacou no cenário mundial com obras que superaram diversos recordes mundiais, entre as quais estão as projetadas por **Emílio Henrique Baumgart**; considerado por muitos como o pai da engenharia estrutural no Brasil. Algumas de suas obras, como a ponte construída sobre o rio peixe - Santa Catarina - em 1928 (Ponte Herval – recordista mundial da época em vão de viga reta), e um edifício construído no Rio de Janeiro, entre 1928 e 1930, com 22 pavimentos (o maior do mundo em concreto armado da época).

Na década de 70 surge a introdução do concreto reforçado com fibras e de concreto de alta resistência. A evolução nessa década deu um passo muito grande, houve construções de suma grandiosidade como, por exemplo, a construção da CN Tower em Toronto, a mais alta torre auto-portante construída.

Na década de 80, superplastificantes são introduzidos nas misturas.

Na atualidade, a edificação concluída em 2010, denominada Burj Khalifa Bin Zayid, localizado em Dubai, nos Emirados Árabes Unidos e apresentando 828 metros de altura; dos quais 601 metros são em concreto armado, retém o recorde mundial de concreto vertical (altura).

Figura 1 - Burj Khalifa Bin Zayid

1.3. CONCEITOS GERAIS

1.3.1 COMPOSIÇÃO DO CONCRETO

O concreto armado pode ter surgido da necessidade de se aliar as qualidades da pedra (resistência à compressão e durabilidade) com as do aço (resistências mecânicas), com as vantagens de poder assumir qualquer forma, com rapidez e facilidade, e proporcionar a necessária proteção do aço contra a corrosão.

O concreto é um material composto, constituído por cimento, água, agregado miúdo (areia) e agregado graúdo (pedra ou brita), e ar. Pode também conter adições (cinza volante, pozolanas, sílica ativa, etc.) e aditivos químicos com a finalidade de melhorar ou modificar suas propriedades básicas.

Esquematicamente pode-se indicar que a **pasta** é o cimento misturado com a água, a **argamassa** é a pasta misturada com a areia, e o **concreto** é a argamassa misturada com a pedra ou brita, também chamado concreto simples.

1.3.2 COMPONENTES

CIMENTO

O cimento portland é um pó fino com propriedades aglomerantes, aglutinantes ou ligantes, que endurece sob ação da água. Depois de endurecido, mesmo que seja novamente submetido à ação da água, o cimento portland não se decompõe mais. O cimento é o principal elemento dos concretos e é o responsável pela transformação da mistura de materiais que compõem o concreto no produto final desejado.

O cimento é composto de clínquer e de adições, sendo o clínquer o principal componente, presente em todos os tipos de cimento. O clínquer tem como matérias-primas básicas o calcário e a argila. A propriedade básica do clínquer é que ele é um ligante hidráulico, que endurece em contato com a água.

Para a fabricação do clínquer, a rocha calcária inicialmente britada e moída é misturada com a argila moída. A mistura é submetida a um calor intenso de até 1450°C e então bruscamente resfriada, formando pelotas (o clínquer). Após processo de moagem, o clínquer transforma-se em pó.

As adições são matérias-primas misturadas ao clínquer no processo de moagem, e são elas que definem as propriedades dos diferentes tipos de cimento. As principais adições são o gesso, as escórias de alto-forno, e os materiais pozolânicos e carbonáticos. Os tipos de cimento que existem no Brasil diferem em função da sua composição, como o cimento portland comum, o composto, o de alto-forno, o pozolânico, o de alta

resistência inicial, o resistente a sulfatos, o branco e o de baixo calor de hidratação. Dentre os diferentes tipos de cimento listados na Tabela 1, os de uso mais comuns nas construções são o CPII E-32, o CPII F-32 e o CPIII-40. O cimento CPV-ARI é também muito utilizado em fábricas de estruturas pré-moldadas.

Tabela 1 – Tipos de cimentos fabricados no Brasil

Nome técnico		Identificação do tipo e classe
Cimento portland comum	Cimento portland comum	CP I-25 CP I-32 CP I-40
	Cimento portland comum com adição	CP I-S-25 CP I-S-32 CP I-S-40
Cimento portland composto	Cimento portland composto com escória	CP II-E-25 CP II-E-32 CP II-E-40
	Cimento portland composto com pozolana	CP II-Z-25 CP II-Z-32 CP II-Z-40
	Cimento portland composto com filer	CP II-F-25 CP II-F-32 CP II-F-40
Cimento portland de alto-forno		CP III-25 CP III-32 CP III-40
Cimento portland pozolânico		CP IV-25 CP IV-32
Cimento portland de alta resistência incial		CP V-ARI
Cimento portland resistente a sulfatos		Sigla e classe dos tipos originais acrescidos do sufixo RS. Exemplo: CP I-32RS, CP II-F-32RS, CP III-40RS, etc.
Cimento portland de baixo calor de hidratação		Sigla e classe dos tipos originais acrescidos do sufixo BC. Exemplo: CP I-32BC, CP II-F-32BC, CP III-40BC, etc.
Cimento portland branco	Cimento portland branco estrutural	CPB-25 CPB-32 CPB-40
	Cimento portland branco não estrutural	CPB
Cimento para poços petrolíferos		CPP - classe G

Os diferentes tipos de cimento têm uma nomenclatura própria e são fabricados segundo as resistências à compressão de 25, 32 ou 40 MPa, garantidos pelo fabricante, e após 28 dias de cura.

AGREGADOS

Os agregados podem ser definidos como materiais inertes que compões as argamassas e concretos. São muito importantes porque representam 70% da composição do concreto, além de apresentarem menor custo.

Os agregados são classificados, quanto à origem, em naturais e artificiais. Os agregados naturais são aqueles encontrados na natureza, como areias de rios e pedregulhos, também chamados cascalho ou seixo rolado. Os agregados artificiais são

aqueles que passaram por algum processo industrial para obter as características finais, como as britas originárias da trituração de rochas.

Na classificação quanto às dimensões os agregados são chamados de miúdo, como as areias, e graúdo, como as pedras ou britas. O agregado miúdo tem diâmetro máximo igual ou inferior a 4,8 mm, e o agregado graúdo tem diâmetro máximo superior a 4,8 mm.

Os agregados graúdos (britas) têm a seguinte numeração e dimensões máximas:

- brita 0 – 4,8 a 9,5 mm;
- brita 1 – 9,5 a 19 mm;
- brita 2 – 19 a 25 mm;
- brita 3 – 25 a 50 mm;
- brita 4 – 50 a 76 mm;
- brita 5 – 76 a 100 mm.

As britas são os agregados graúdos mais usados no Brasil, com uso superior a 50% do consumo total de agregado graúdo nos concretos.

Os agregados podem também ser classificados em leves, normais e pesados. As britas normais são geralmente obtidas pela trituração de rochas, como basalto, gnaisse e granito.

AGUA

A água é necessária no concreto para possibilitar as reações químicas do cimento, chamada reações de hidratação, que irão garantir as propriedades de resistência e durabilidade do concreto. Tem também a função de lubrificar as demais partículas para proporcionar o manuseio. Normalmente água potável é a indicada para a confecção dos concretos.

ADITIVOS

São produtos químicos produzidos a partir de matérias primas como liguinina, cloretos, aluminatos, melamina, silicatos dentre outros, e que quando misturados na confecção de concretos e argamassas em quantidades inferiores a 5% em volume, sobre o peso de cimento, modificam as propriedades físico-químicas desses, com a finalidade de melhorar e facilitar a confecção, lançamento e aplicação, eliminando os efeitos indesejáveis como segregação, fissuração, bolhas, etc., melhorando as características de resistências mecânicas, impermeabilidade, aparência e durabilidade. Os principais tipos

de aditivos são: plastificantes, incorporadores de ar, retardadores der pega, aceleradores de pega, aceleradores de endurecimento, colorantes e impermeabilizantes

1.3.3 CONCRETO ARMADO X CONCRETO PROTENDIDO

O concreto é um material que apresenta alta resistência às tensões de compressão, porém, apresenta baixa resistência à tração (cerca de 10% da sua resistência à compressão). Assim sendo, é imperiosa a necessidade de juntar ao concreto um material com alta resistência à tração, com o objetivo deste material, disposto convenientemente, resistir às tensões de tração atuantes. Com esse material composto (concreto e armadura – barras de aço), surge então o chamado "concreto armado", onde as barras da armadura absorvem as tensões de tração e o concreto absorve as tensões de compressão, no que pode ser auxiliado também por barras de aço (caso típico de pilares, por exemplo).

No entanto, o conceito de concreto armado envolve ainda o fenômeno da aderência, que é essencial e deve obrigatoriamente existir entre o concreto e a armadura, pois não basta apenas juntar os dois materiais para se ter o concreto armado. Para a existência do concreto armado é imprescindível que haja real solidariedade entre ambos o concreto e o aço, e que o trabalho seja realizado de forma conjunta.

Em resumo, pode-se definir o concreto armado como "*a união do concreto simples e de um material resistente à tração (envolvido pelo concreto) de tal modo que ambos resistam solidariamente aos esforços solicitantes*".

Com a aderência, a deformação ε_s num ponto da barra de aço e a deformação ε_c no concreto que a circunda, devem ser iguais, isto é: $\varepsilon_c = \varepsilon_s$.

A armadura do concreto armado é chamada "*armadura passiva*", o que significa que as tensões e deformações nela aplicadas devem-se exclusivamente aos carregamentos aplicados nas peças onde está inserida. Esta armadura deve apresentar alta resistência mecânica, principalmente resistência à tração.

O concreto protendido é um refinamento do concreto armado, onde a idéia básica é aplicar tensões prévias de compressão nas regiões da peça que serão tracionadas pela ação do carregamento externo aplicado. Desse modo, as tensões de tração são diminuídas ou até mesmo anuladas pelas tensões de compressão pré-existentes ou pré-aplicadas. Com a protensão contorna-se a característica negativa de baixa resistência do concreto à tração.

A Figura 2 ilustra os diagramas de tensão num caso simples de aplicação de tensões

prévias de compressão numa viga.

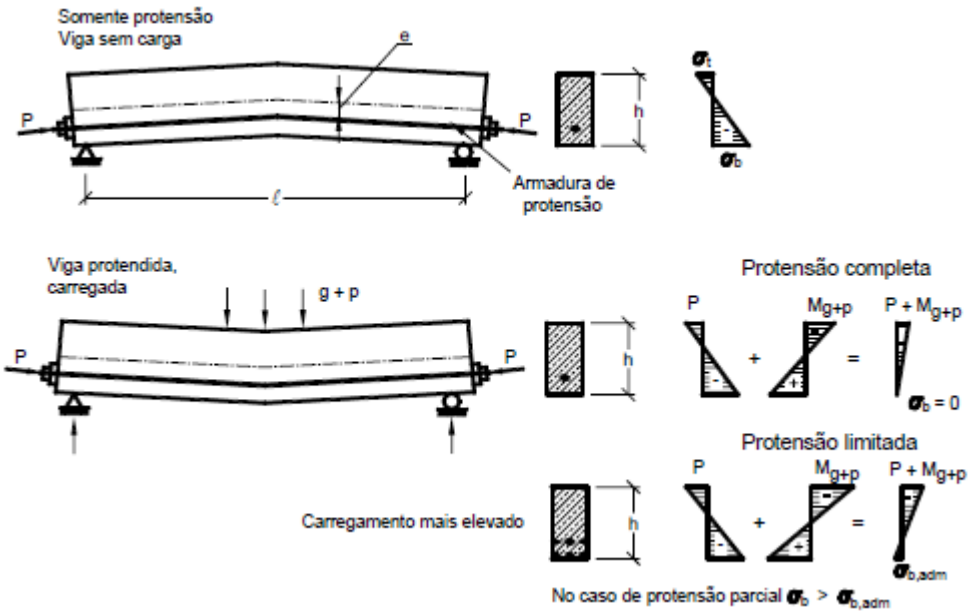


Figura 2 – Aplicação de protensão em uma viga bi-apoiada

São diversos os sistemas de protensão aplicados nas fábricas e nos canteiros de obra. No sistema de pré-tensão, por exemplo, a protensão se faz pelo estiramento (tracionamento) da armadura ativa (armadura de protensão) dentro do regime elástico, antes que haja a aderência entre o concreto e a armadura ativa. Terminado o estiramento o concreto é lançado para envolver a armadura de protensão e dar a forma desejada à peça. Decorridas algumas horas ou dias, tendo o concreto a resistência mínima necessária, o esforço que estirou a armadura é gradativamente diminuído, o que faz com que a armadura aplique esforços de compressão ao concreto ao tentar voltar ao seu estado inicial de deformação zero.

Outro sistema de protensão é a pós-tensão, onde a força de protensão é aplicada após a peça estar concretada e com o concreto com resistência suficiente para receber a força de protensão.

1.3.4 FISSURAÇÃO

A fissuração nos elementos estruturais de concreto armado é causada pela baixa resistência à tração do concreto. Apesar de indesejável, o fenômeno da fissuração é natural, dentro de certos limites. O controle da fissuração é importante para a segurança estrutural em serviço, para condições de funcionalidade e estética (aparência), desempenho (durabilidade, impermeabilidade, etc.). Deve-se garantir, no projeto, que as

fissuras que venham a ocorrer apresentem aberturas menores do que os limites estabelecidos considerados nocivos. Pequenas aberturas de fissuras, mesmo sem colocar em risco a durabilidade da estrutura, podem provocar alarme nos usuários leigos pelo efeito psicológico. Assim, a abertura máxima das fissuras, sem prejudicar a estética ou causar preocupação nos usuários depende da posição, profundidade, finalidade da estrutura, distância do observador, etc.

Num tirante de concreto armado, por exemplo, se a tensão de tração aplicada pelo carregamento externo é pequena e inferior à resistência do concreto à tração (f_{ct}), não aparecem fissuras na superfície do tirante. Porém, se o carregamento for aumentado e a tensão de tração atuante igualar a resistência do concreto à tração, surge neste instante a primeira fissura. Quando o concreto fissura, ele passa a não resistir mais as tensões de tração, vindo daí a necessidade de uma armadura resistente. Com o aumento do carregamento e das tensões de tração, novas fissuras vão surgindo, e aquelas existentes vão aumentando a abertura. Analogia semelhante pode ser feita com a região tracionada de uma viga fletida.

Eliminar completamente as fissuras seria antieconômico, pois teria-se que aplicar tensões de tração muito baixas na peça e na armadura. Isso leva a que o concreto armado deve conviver com as fissuras, que não serão eliminadas e sim diminuídas a valores de abertura aceitáveis (geralmente até 0,3 mm) em função do ambiente em que a peça estiver, e que não prejudiquem a estética e a durabilidade. No projeto de elementos estruturais o procedimento é verificar o comportamento da peça nos chamados Estados Limites de Serviço, como os Estados Limites de Formação de Fissuras (ELS-F) e de Abertura das Fissuras (ELS-W), em função da utilização e desempenho requeridos para o elemento estrutural.

No concreto armado, a armadura submetida a tensões de tração alonga-se, até o limite máximo de 10‰ (1% = 10‰ = 10 mm/m), imposto pela NBR 6118/2003 a fim de evitar fissuração excessiva no concreto. Pode-se imaginar um tirante com 1 m de comprimento tendo dez fissuras com abertura de 1 mm, distribuídas ao longo do seu comprimento (ver figura 3).

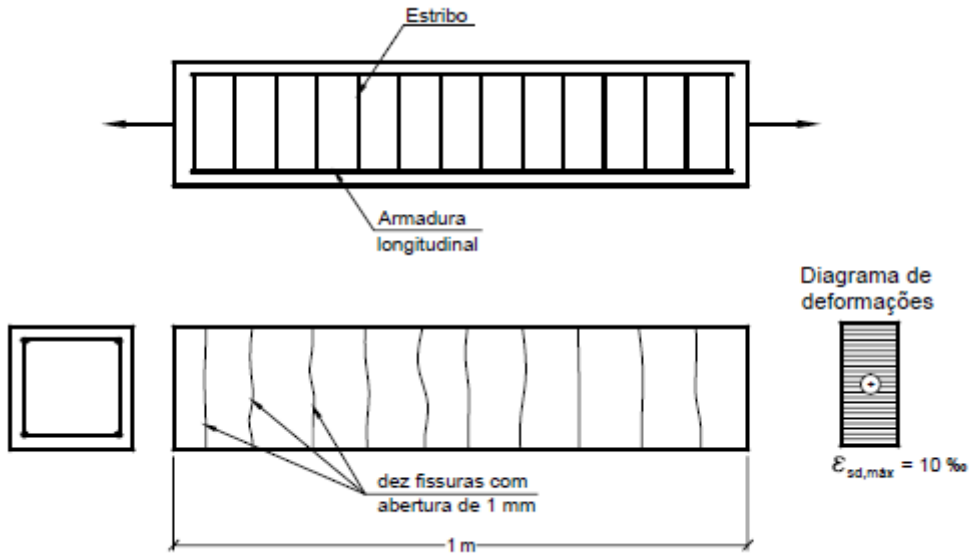


Figura 3 – Fissuras em um tirante com deformação de 10‰

O concreto, aderido e adjacente às barras da armadura, fissura, porque não tem capacidade de alongar-se de 10‰ sem fissurar, de modo que as tensões de tração têm que ser totalmente absorvidas pela armadura.

Segundo LEONHARDT & MÖNNIG (1982), dispondo-se barras de aço de diâmetro não muito grande e de maneira distribuída, as fissuras terão apenas características capilares, não levando ao perigo de corrosão do aço.

As fissuras surgem no concreto armado também devido à retração do concreto (diminuição de volume do concreto associado à perda de água), que pode ser significativamente diminuída por uma cura cuidadosa nos primeiros dez dias de idade do concreto, e com a utilização de armadura suplementar (armadura de pele).

1.4. ELEMENTOS ESTRUTURAIS EM CONCRETO ARMADO

1.4.1 CLASSIFICAÇÃO GEOMÉTRICA

A classificação dos elementos estruturais segundo a sua geometria se faz através da comparação da ordem de grandeza das três dimensões principais do elemento (comprimento, altura e espessura), com a seguinte nomenclatura:

a) elementos lineares: são aqueles que têm a espessura da mesma ordem de grandeza da altura, mas ambas muito menores que o comprimento. São os elementos chamados “barras”. Como exemplos mais comuns encontram-se as vigas e os pilares.

b) elementos bidimensionais: são aqueles onde duas dimensões, o comprimento e a largura, são da mesma ordem de grandeza e muito maiores que a terceira dimensão

(espessura). São os chamados elementos de superfície. Como exemplos mais comuns encontram-se as lajes, as paredes de reservatórios, etc.

As estruturas de superfície podem ser classificadas como cascas, quando a superfície é curva, e placas ou chapas quando a superfície é plana. As placas são as superfícies que recebem o carregamento perpendicular ao seu plano e as chapas têm o carregamento contido neste plano. O exemplo mais comum de placa é a laje e de chapa é a viga-parede.

c) elementos tridimensionais: são aqueles onde as três dimensões têm a mesma ordem de grandeza. São os chamados elementos de volume. Como exemplos mais comuns encontram-se os blocos e sapatas de fundação, consolos, etc.

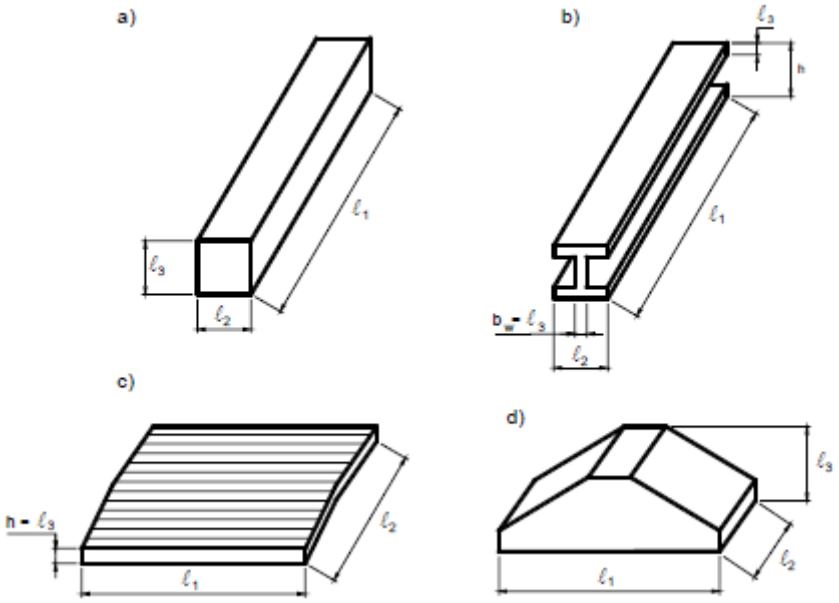


Figura 4 – Classificação geométrica dos elementos estruturais

1.4.2 ELEMENTOS ESTRUTURAIS PROPRIAMENTE DITOS

Nas construções de concreto armado, sejam elas de pequeno ou de grande porte, três elementos estruturais são bastante comuns: as lajes, as vigas e os pilares. Por isso, esses são os elementos estruturais mais importantes. Outros elementos, não menos importantes, e que podem não ocorrer em todas as construções, devem ser citados: blocos e sapatas de fundação, estacas, tubulões, consolos, vigas-parede, tirantes, dente gerber, viga alavanca, escadas, reservatórios, muros de arrimo, etc... (ver figura 6).

LAJES

As lajes são os elementos planos que se destinam a receber a maior parte das ações aplicadas numa construção, como de pessoas, móveis, pisos, paredes, e os mais variados tipos de carga que podem existir em função da finalidade arquitetônica do espaço físico que a laje faz parte. As ações são comumente perpendiculares ao plano da laje , podendo ser divididas em: distribuídas na área (peso próprio, revestimento de piso, etc.), distribuídas linearmente (paredes) ou forças concentradas (pilar apoiado sobre a laje). As ações são geralmente transmitidas para as vigas de apoio nas bordas da laje, mas eventualmente também podem ser transmitidas diretamente aos pilares.

Alguns dos tipos mais comuns de lajes são: maciça apoiada nas bordas, nervurada, lisa e cogumelo. Laje maciça é um termo que se usa para as lajes sem vazios apoiadas em vigas nas bordas. As lajes lisa e cogumelo também não têm vazios, porém, tem outra definição:

"*Lajes cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, enquanto lajes lisas são as apoiadas nos pilares sem capitéis*" (NBR 6118/03, item 14.7.8). Elas apresentam a eliminação de grande parte das vigas como a principal vantagem em relação às lajes maciças, embora por outro lado tenham maior espessura. Apresentam como vantagens custos menores e maior rapidez de construção. No entanto, são suscetíveis a maiores deformações (flechas).

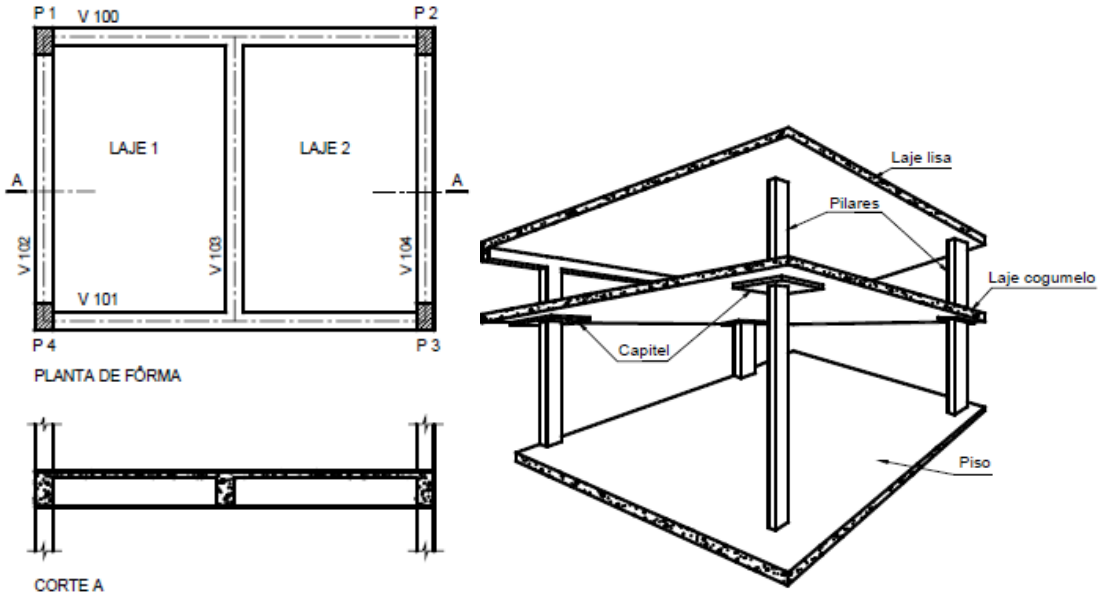


Figura 5 – Tipos de laje

⇒ Capitel é a região nas adjacências dos pilares onde a espessura da laje é aumentada com o objetivo de aumentar a sua capacidade resistente nessa região de alta concentração de esforços cortantes e de flexão (ver figura 5).

⇒ Lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte (ou sem material de enchimento com moldes plásticos removíveis). As lajes com nervuras pré-moldadas são comumente chamadas pré-fabricadas.

VIGAS

As vigas são classificadas como barras destinadas a receber ações das lajes, de outras vigas, de paredes de alvenaria, e eventualmente de pilares, etc. A função das vigas é basicamente vencer vãos e transmitir as ações nelas atuantes para os apoios, geralmente os pilares.

As ações são geralmente perpendicularmente ao seu eixo longitudinal, podendo ser concentradas ou distribuídas. Podem ainda receber forças normais de compressão ou de tração, na direção do eixo longitudinal. As vigas, assim como as lajes e os pilares, também fazem parte da estrutura de contraventamento responsável por proporcionar a estabilidade global dos edifícios às ações verticais e horizontais.

As armaduras das vigas são geralmente compostas por estribos, chamados armadura transversal, e por barras longitudinais, chamadas armadura longitudinal.

PILARES

Pilares são elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes. São destinados a transmitir as ações às fundações, embora possam também transmitir para outros elementos de apoio. As ações são provenientes geralmente das vigas, bem como de lajes.

TUBULÃO E BLOCO DE FUNDAÇÃO

Tubulões são também elementos destinados a transmitir as ações diretamente ao solo, por meio do atrito do fuste com o solo (lateral) e da superfície da base (ponta).

Os blocos sobre tubulões podem ser suprimidos, mas neste caso faz-se um reforço com armadura na parte superior do fuste, que passa a receber o carregamento diretamente do pilar.

SAPATAS

As sapatas recebem as ações dos pilares e as transmitem diretamente ao solo. Podem ser localizadas ou isoladas, conjuntas ou corridas.

As sapatas isoladas servem de apoio para apenas um pilar. As sapatas conjuntas servem para a transmissão simultânea do carregamento de dois ou mais pilares e as sapatas corridas têm este nome porque são dispostas ao longo de todo o comprimento do elemento que lhe aplica o carregamento.

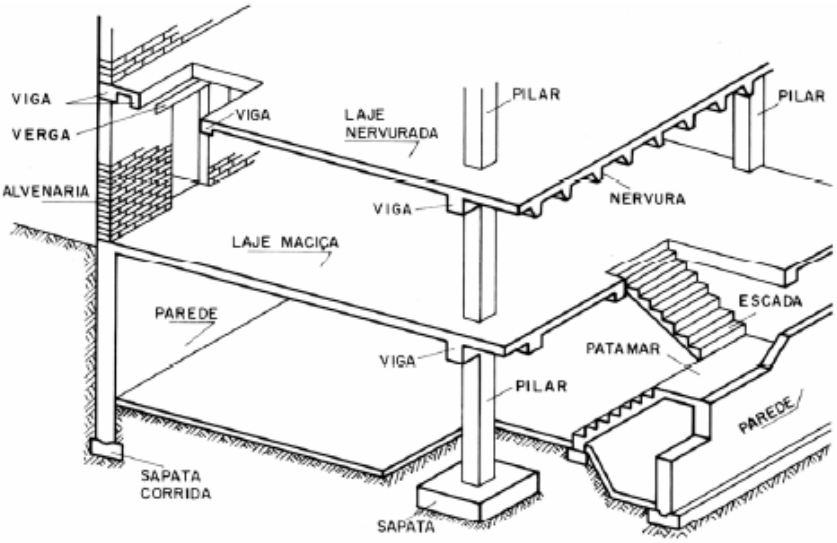


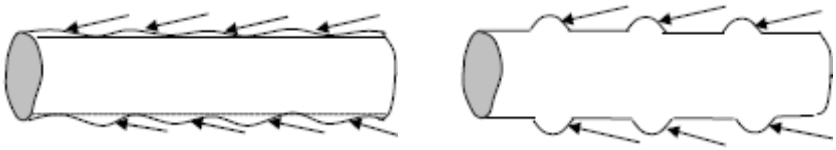
Figura 6 – Elementos estruturais

1.5. OS AÇOS ESTRUTURAIS PARA CONCRETO ARMADO

No estudo das barras de aço para concreto armado, devemos considerar além do tipo do aço, as características geométricas, mecânicas, de ductilidade e aderência.

1.5.1. CLASSIFICAÇÃO QUANTO A GEOMETRIA

- Barras lisas – CA-25
- Barras nervuradas (saliências longitudinais/ mossas) – CA-50 e CA-60



Barras lisas Barras nervuradas

Figura 7 – Geometria das barras

1.5.2. CLASSIFICAÇÃO QUANTO A RESISTÊNCIA

Os aços são classificados conforme sua resistência ao escoamento f_y, definida pela sua composição e processo de fabricação. Assim, têm-se as classificações CA-25, CA-50 e CA-60.

Tabela 2 – Escoamento dos tipos de aço

	CATEGORIAS		
AÇO	CA-25	CA-50	CA-60
TENSÃO ESCOAMENTO *(kgf/cm²)*	2500	5000	6000

AÇO CA-50

São barras de aço com superfície nervurada, obtidas por laminação a quente de tarugos de lingotamento contínuo. Produzidos rigorosamente de acordo com as especificações da norma NBR 7480/96. São comercializados em barras retas e barras dobradas com comprimento de 12m em feixes amarrados de 1000 kg ou 2000 kg. Podem, também, ser fornecidos em rolos nas Bitolas até 12,5mm.

Existe ainda o aço CA-50S, produzido pela BELGO, que apresenta todas as características mecânicas do aço usual, e devido ao seu processo de fabricação diferenciado, pode ser soldado. O CA50-S tem um processo de fabricação diferente, pois após o último passe de laminação, a barra de aço é resfriada com água a alta pressão, através de um processo controlado; isto reduz a temperatura superficial da barra, gerando uma camada refrigerada endurecida. O núcleo da barra, que permanece quente, aquece a camada endurecida, promovendo o seu revenimento e tornado-a mais dúctil. O produto final apresenta uma camada superficial com alta resistência ao escoamento e um núcleo de alta ductilidade, cujo produto apresenta uma soldabilidade bastante superior ao CA-50 normal, dispensando, na operação de soldagem, o pré-aquecimento e o controle no resfriamento.

No entanto, o CA-50 normal, devido às inovações tecnológicas já apresenta uma relativa resistência à solda de topo, porém por exigir controle no aquecimento dessa solda (pré-aquecimento) e no resfriamento, torna-se desvantajoso.

AÇO CA-25

São barras de aço com superfície lisa, obtidas por laminação a quente de tarugos de lingotamento contínuo, com resfriamento natural (diferente do CA-50). Produzidos rigorosamente de acordo com as especificações da norma BR 7480/96. São comercializados em barras retas e barras dobradas com comprimento de 12m em feixes

amarrados de 1000 kg ou 2000 kg. Podem, também, ser fornecidos em rolos nas Bitolas até 12,5mm. Em todas as bitolas, o CA-25 apresenta a propriedade de ser soldável.

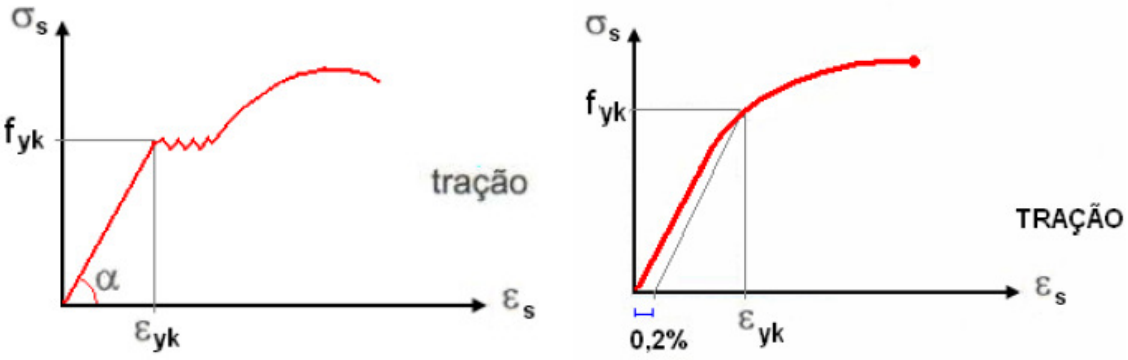
AÇO CA-60

São obtidos por trefilação de fio-máquina, produzidos segundo as especificações da norma NBR 7480/96. Caracterizam-se pela alta resistência, que proporciona estruturas de concreto mais leves e, pelos entalhes, que aumentam a aderência do aço no concreto. São normalmente empregados para fabricação de lajes, tubos de concreto, lajes treliçadas, estruturas pré-moldadas de pequena espessura, etc. São fornecidos em rolos com peso aproximado de 170 kg, em barras de 12m de comprimento, retas ou dobradas, em feixes amarrados de 1000 kg, em estocadores e bobinas de 1500 kg.

1.5.3. CLASSIFICAÇÃO QUANTO A COMPOSIÇÃO E FABRICAÇÃO

Os aços são ligas contendo ferro, carbono, manganês, silício, alumínio, enxofre, fósforo e cromo.

GRÁFICOS TENSÃO X DEFORMAÇÃO



Aço com patamar de escoamento (CA-50) Aço sem patamar de escoamento (CA-60)

Figura 8 – Gráfico σ x ε do aço real

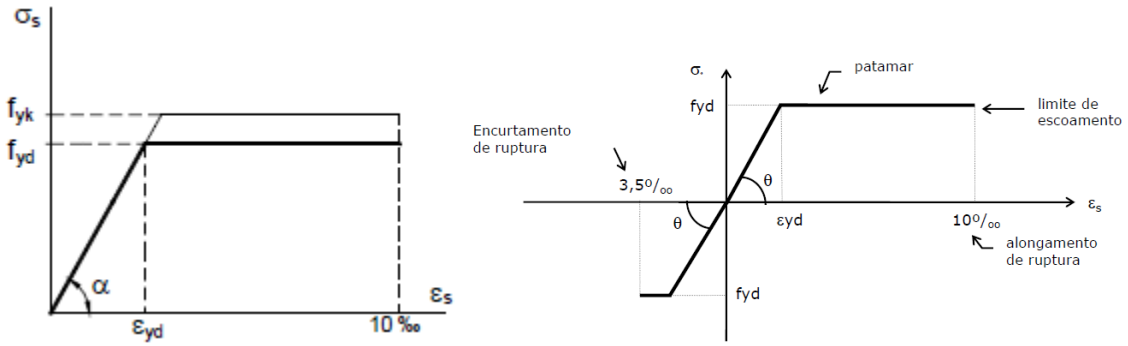


Figura 9 – Gráficos σ x ε do aço simplificado

Grandezas referentes ao aço necessárias ao dimensionamento das peças de concreto armado:

$$Aço\ CA-50 \begin{cases} f_{yd} = \dfrac{f_y}{\gamma_s} = \dfrac{5000}{1{,}15} = 4348\ kgf/cm^2 \\ E_s = 2.100.000\ kgf/cm^2 \end{cases} \rightarrow \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{4348}{2.100.000} = 2{,}07‰$$

$$Aço\ CA-60 \begin{cases} f_{yd} = \dfrac{f_y}{\gamma_s} = \dfrac{6000}{1{,}15} = 5217\ kgf/cm^2 \\ E_s = 2.100.000\ kgf/cm^2 \end{cases} \rightarrow \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{5217}{2.100.000} = 2{,}48‰$$

BITOLAS COMERCIAIS

Tabela 3 – Bitolas comerciais

TIPO	∅ (mm)	∅ (pol)	As (cm²)	Peso (kg/m)
CA-60	4,2	5/32"	0,139	0,109
	5,0	3/16"	0,196	0,154
CA-50	6,3	1/4"	0,312	0,245
	8,0	5/16"	0,503	0,395
	10,0	3/8"	0,785	0,617
	12,5	1/2"	1,227	0,963
	16,0	5/8"	2,011	1,578
	20,0	3/4"	3,142	2,466
	25,0	1"	4,909	3,853
	32,0	11/4"	8,042	6,313
	40,0	11/2"	12,566	9,864

1.6. O CONCRETO

1.6.1. CLASSIFICAÇÃO QUANTO A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO

Tabela 4 – Resistência característica do concreto

Classificação	Grupo de Resistência	Resistência característica à compressão (MPa)
Baixa resistência	C10	10
	C15	15
Resistência moderada	C20	20
	C25	25
	C30	30
	C35	35
	C40	40
Alta resistência	C45	45
	C50	50
	C55	55
	C60	60
	C70	70
	C80	80

1.6.2. CLASSIFICAÇÃO QUANTO AO PESO ESPECÍFICO

Tabela 5 – Peso específico

CONCRETOS	PESO ESPECIFICO
LEVES	Menor que 2000 kg/m³
NORMAIS	Entre 2000 e 2800 kg/m³
PESADOS	Maior que 2800 kg/m³

Se a massa específica real não for conhecida, para efeito de cálculo, pode-se adotar os seguintes valores:

$$\begin{cases} Concreto\ simples \rightarrow 2400\ kg/m^3 = 24\ kN/m^3 \\ Concreto\ armado \rightarrow 2500\ kg/m^3 = 25\ kN/m^3 \end{cases}$$

Quando se conhecer a massa específica do concreto utilizado no elemento estrutural, pode-se considerar, como valor da massa específica do concreto armado, aquela do concreto simples acrescida de 100 kg/m³ a 150 kg/m³.

1.6.3. CLASSIFICAÇÃO QUANTO TIPO

- *Concreto simples*→ concreto composto por cimento, agregado graúdo, agregado miúdo e água, e tem grande resistência à compressão e baixíssima resistência à tração.

- *Concreto magro*→ é um concreto simples com menos cimento (pobre). É mais econômico e é usado sem função estrutural; devido à sua baixa resistência aos esforços solicitantes.
- *Concreto armado*→ É a utilização de um elemento resistente à tração; mais usualmente o aço, no concreto simples, com a finalidade de resistir a diferentes naturezas de solicitações (tração, compressão, flexão, cisalhamento, torção, etc)

1.6.4. CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DO CONCRETO

As principais propriedades mecânicas do concreto são: resistência à compressão, resistência à tração e módulo de elasticidade longitudinal. Essas propriedades são determinadas a partir de ensaios, executados em condições específicas. Geralmente, os ensaios são realizados para controle da qualidade e atendimento às especificações.

RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO

A resistência à compressão simples, denominada f_c, é a característica mecânica mais importante.

Para estimá-la em um lote de concreto, são moldados e preparados corpos de prova segundo a NBR 5738 – Moldagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto, os quais são ensaiados de acordo com a NBR 5739 – Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos.

O corpo de prova padrão brasileiro é o cilíndrico, com 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura, e a idade de referência é 28 dias.

Após ensaio de um número muito grande de corpos de prova, pode ser feito um gráfico com os valores obtidos de f_c *versus* a quantidade de corpos de prova relativos a determinado valor de f_c, também denominada densidade de freqüência. A curva encontrada denomina-se ***Curva Estatística de Gauss*** ou Curva de Distribuição Normal para a resistência do concreto à compressão (figura 10).

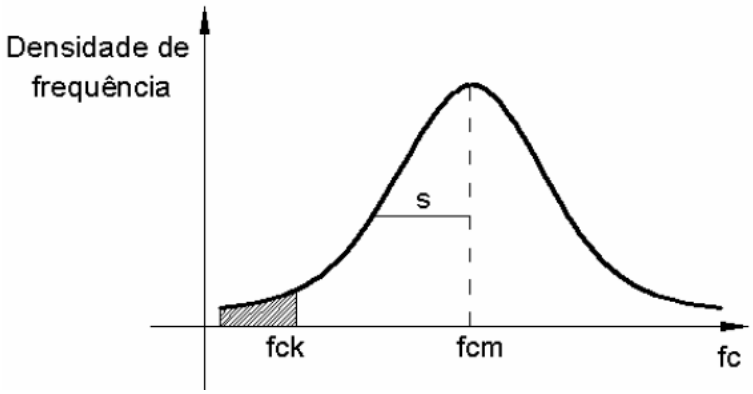


Figura 10 – Curva de Gauss

Na curva de Gauss encontram-se dois valores de fundamental importância: resistência média do concreto à compressão, f_{cm}, e resistência característica do concreto à compressão, f_{ck}.

O valor f_{cm} é a média aritmética dos valores de f_c, para o conjunto de corpos de prova ensaiados $\rightarrow \quad f_{cm} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_{ci}$; o desvio padrão s corresponde à distância entre a abscissa de f_{cm} e a abscissa do ponto de inflexão da curva (ponto em que ela muda de concavidade) $\rightarrow \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(f_{ci} - f_{cm})^2}{n-1}}$, onde n é o número de exemplares e f_{ci} é a resistência à compressão de cada exemplar. Com essas duas variáveis podemos determinar a resistência característica, f_{ck}, por meio da fórmula: $f_{ck} = f_{cm} - 1{,}65s$

O valor 1,65 corresponde ao quantil de 5 %, ou seja, apenas 5 % dos corpos de prova possuem $f_c < f_{ck}$, ou, ainda, 95 % dos corpos de prova possuem $f_c > f_{ck}$. Portanto, pode-se definir f_{ck} como sendo o valor da resistência que tem 5 % de probabilidade de não ser alcançado, em ensaios de corpos de prova de um determinado lote de concreto.

Como dito anteriormente, o valor de f_{ck} é obtido em um ensaio com 28 dias, o que apresenta medição de resistência, considerando-se que a totalidade da carga vá ser imposta apenas nesta data. Em caso contrário, outros ensaios e/ou outras formulações deverão ser utilizadas.

Em obras usuais, devido ao pequeno número de corpos de prova ensaiados, calcula- se $f_{ck\text{-}est}$, valor estimado da resistência característica do concreto à compressão:

- $f_{ck\text{-}est} = f_1 \rightarrow$ para n<20

- $f_{ck\text{-}est} = f_i \rightarrow$ para n≥20; onde i=0,05 x n (adotando-se o número inteiro imediatamente superior em caso de fração)

Os lotes de concreto devem ser aceitos, quando o valor estimado da resistência característica calculada, satisfizer a relação: $f_{ck\text{-}est} \geq f_{ck}$. Em caso contrário providências deverão ser tomadas (novos ensaios, revisão de projeto, reforço estrutural, limitação de uso, etc).

RESISTÊNCIA À TRAÇÃO

Os conceitos relativos à resistência do concreto à tração direta, f_{ct}, são análogos aos expostos no item anterior, para a resistência à compressão. Portanto, tem-se a resistência média do concreto à tração, f_{ctm}, valor obtido da média aritmética dos resultados, e a resistência característica do concreto à tração, f_{ctk} ou simplesmente f_{tk}, valor da resistência que tem 5% de probabilidade de não ser alcançado pelos resultados de um lote de concreto.

A diferença no estudo da tração encontra-se nos tipos de ensaio. Há três normalizados: tração direta, compressão diametral e tração na flexão.

a) Ensaio de tração direta

Neste ensaio, considerado o de referência, a resistência à tração direta, f_{ct}, é determinada aplicando-se tração axial, até a ruptura, em corpos de prova de concreto simples (Figura 11). A seção central é retangular, com 9 cm por 15 cm, e as extremidades são quadradas, com 15 cm de lado.

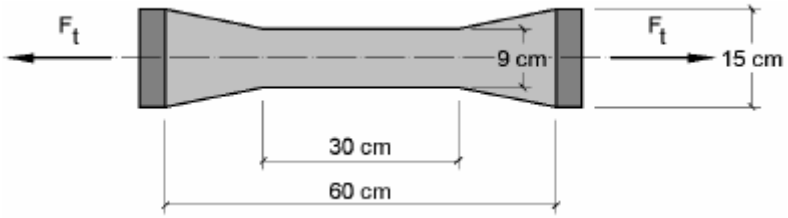


Figura 11 – Ensaio de tração direta

b) Ensaio de tração na compressão diametral (spliting test)

É o ensaio mais utilizado, por ser mais simples de ser executado e utilizar o mesmo corpo de prova cilíndrico do ensaio de compressão (15 cm por 30 cm). Também é conhecido internacionalmente como Ensaio Brasileiro, pois foi desenvolvido por **Lobo Carneiro,** em 1943. Para a sua realização, o corpo de prova cilíndrico é colocado com o eixo horizontal entre os pratos da máquina de ensaio, e o contato entre o corpo de

prova e os pratos deve ocorrer somente ao longo de duas geratrizes, onde são colocadas tiras padronizadas de madeira, diametralmente opostas (figura 12), sendo aplicada uma força até a ruptura do concreto por fendilhamento, devido à tração indireta.

O valor da resistência à tração por compressão diametral, $f_{ct,sp}$, encontrado neste ensaio, é um pouco maior que o obtido no ensaio de tração direta.

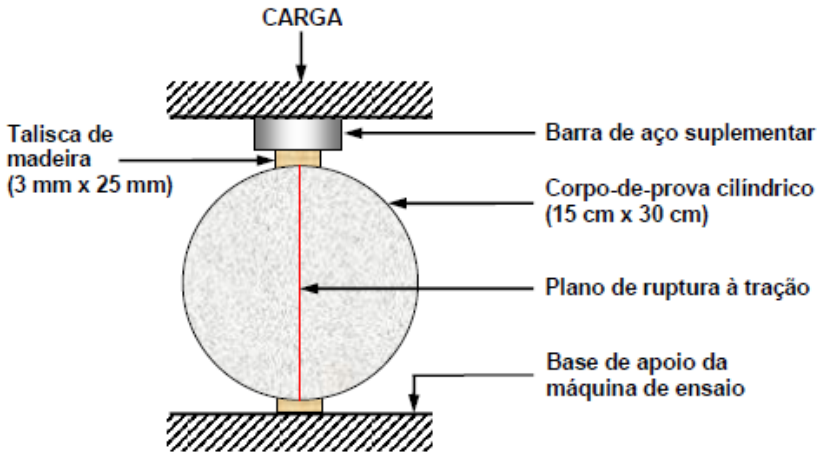


Figura 12 – Ensaio de tração por compressão diametral

c) Ensaio de tração na flexão

Para a realização deste ensaio, um corpo de prova de seção prismática é submetido à flexão, com carregamentos em duas seções simétricas, até a ruptura (figura 13).

O ensaio também é conhecido por "carregamento nos terços", pelo fato das seções carregadas se encontrarem nos terços do vão.

Analisando os diagramas de esforços solicitantes (figura 14), pode-se notar que na região de momento máximo tem-se cortante nula. Portanto, nesse trecho central ocorre flexão pura.

Os valores encontrados para a resistência à tração na flexão, $f_{ct,f}$, são maiores que os encontrados nos ensaios descritos anteriormente (tração direta e compressão diametral).

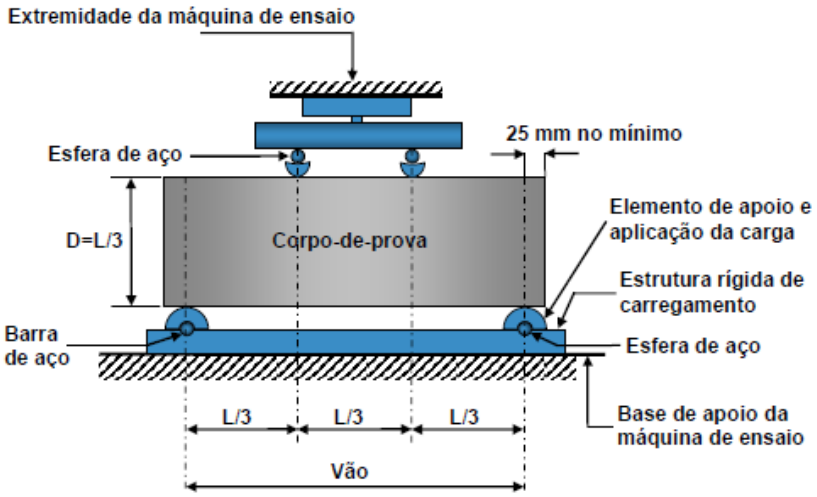


Figura 13 – Ensaio de tração na flexão

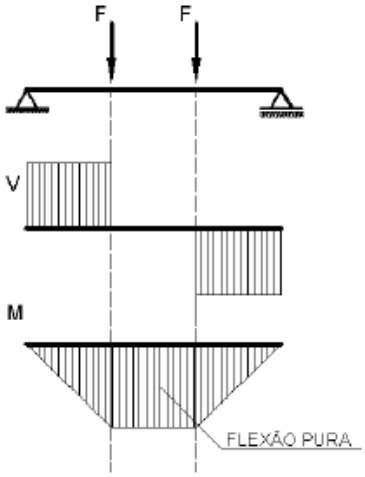


Figura 14 – Diagramas de esforços solicitantes do ensaio de tração na flexão

d) Relações entre os resultados dos ensaios

Como os resultados obtidos nos dois últimos ensaios são diferentes dos relativos ao ensaio de referência, de tração direta, há coeficientes de conversão.

Considera-se a resistência à tração direta, f_{ct}, igual a 0,9 $f_{ct,sp}$ ou 0,7 $f_{ct,f}$, ou seja, coeficientes de conversão 0,9 e 0,7, para os resultados de compressão diametral e de flexão, respectivamente.

Na falta de ensaios, as resistências à tração direta podem ser obtidas a partir da resistência à compressão f_{ck}:

$\boldsymbol{f_{ctm} = 0{,}3\, f_{ck}^{2/3}}$

$f_{ctk,inf} = 0{,}7\, f_{ctm} \rightarrow$ análise estrutural

$f_{ctk,sup} = 1{,}3\, f_{ctm} \rightarrow$ obtenção da armadura mínima

Nessas equações, as resistências são expressas em MPa.

DIAGRAMAS TENSÃO X DEFORMAÇÃO (σ x ε)

O diagrama σ x ε na compressão para tensões inferiores a $0{,}5f_c$ pode ser adotado como linear e as tensões calculadas com a lei de Hooke, através do módulo de elasticidade secante E_{cs} (que será visto adiante).

Para os estados limites últimos, o diagrama σ x ε na compressão é dado pela figura 15 abaixo, onde se nota dois trechos distintos: o primeiro como uma parábola de segundo grau, com deformações inferiores a 2‰, e o segundo constante, com deformações variando de 2‰ a 3,5‰. Para o trecho curvo a tensão no concreto é dada por:

$$\sigma_c = 0{,}85 f_{cd}\left[1-\left(1-\frac{\varepsilon_c}{2‰}\right)^2\right]$$

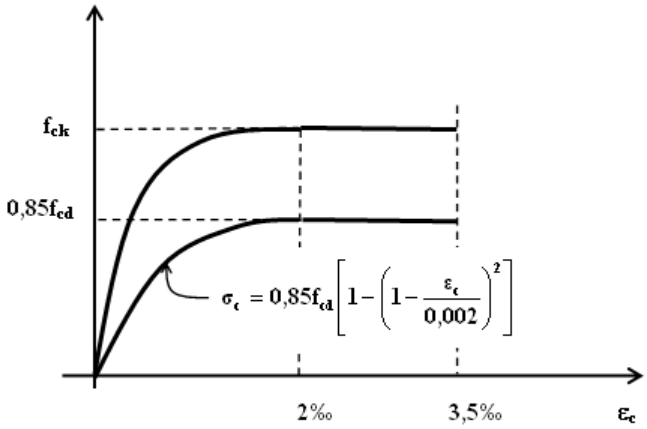


Figura 15 – Diagramas tensão x deformação do concreto na compressão

Na equação acima f_{cd} representa a resistência de cálculo do concreto, que será vista adiante.

Na tração o diagrama σ x ε é bi-linear conforme a figura 16 abaixo:

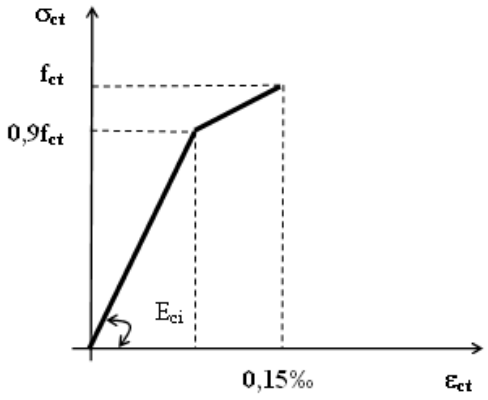


Figura 16 – Diagrama tensão x deformação bi-linear do concreto à tração

MÓDULO DE ELASTICIDADE

Outro aspecto fundamental no projeto de estruturas de concreto consiste na relação entre as tensões e as deformações.

Sabe-se da Resistência dos Materiais que a relação entre tensão e deformação, para determinados intervalos, pode ser considerada linear (Lei de Hooke), ou seja, $\sigma = E \times \varepsilon$, sendo σ a tensão, ε a deformação específica e E o módulo de elasticidade ou módulo de deformação longitudinal (figura 17).

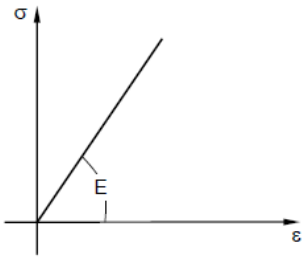


Figura 17 – Módulo de elasticidade longitudinal

Para o concreto, a expressão do módulo de elasticidade é aplicada somente à parte retilínea da curva tensão versus deformação ou, quando não existir uma parte retilínea, a expressão é aplicada à tangente da curva na origem. Desta forma, é obtido o módulo de deformação tangente inicial, E_{ci} (figura 18).

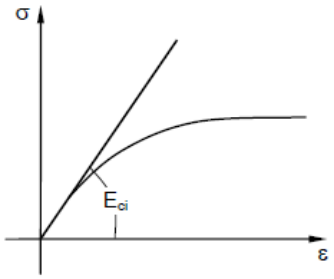


Figura 18 – Módulo de deformação tangente inicial

O módulo de deformação tangente inicial é obtido segundo ensaio descrito na NBR 8522 – Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação.

Quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto, para a idade de referência de 28 dias, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial usando a expressão:

$$E_{ci} = 5600\, f_{ck}^{1/2}$$

E_{ci} e f_{ck} são dados em MPa.

O Módulo de Elasticidade Secante, E_{cs}, a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de

estados limites de serviço, deve ser calculado pela expressão:

$$E_{cs} = 0{,}85\ E_{ci}$$

Na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou de uma seção transversal, pode ser adotado um módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de elasticidade secante (E_{cs}).

COEFICIENTE DE POISON

Quando uma força uniaxial é aplicada sobre uma peça de concreto, resulta uma deformação longitudinal na direção da carga e, simultaneamente, uma deformação transversal com sinal contrário (figura 19).

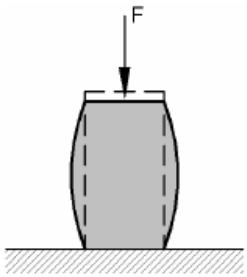


Figura 19 – Deformações longitudinais e transversais

A relação entre a deformação transversal e a longitudinal é denominado coeficiente de Poisson e indicada pela letra υ. Para tensões de compressão menores que 0,5 f_c e de tração menores que f_{ct}, pode ser adotado υ = 0,2.

MÓDULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL

O módulo de elasticidade transversal pode ser considerado $G_c = 0{,}4\ E_{cs}$.

1.6.5. CARACTERÍSTICAS REOLÓGICAS DO CONCRETO

Reologia é a parte física que investiga as propriedades e o comportamento mecânico dos corpos deformáveis que não são nem sólidos nem líquidos. O comportamento reológico do concreto, isto é, sua deformabilidade dependente do tempo, tem uma considerável importância na análise estrutural. As deformações diferidas do concreto, ou seja, as deformações dependentes do tempo, são convencionalmente separadas em duas: a fluência e a retração

RETRAÇÃO

A retração é um processo de redução de volume que ocorre na massa, imediatamente após a concretagem e é ocasionada principalmente pela saída de água por exsudação. Neste caso, pode ocorrer tanto a retração por assentamento plástico como a retração plástica. A retração por assentamento plástico ocorre devido ao movimento dos finos do concreto, seja por sedimentação ou por exsudação. Já a perda de água da superfície do concreto ainda não endurecido, devido à exposição às intempéries como vento, baixa umidade relativa e aumento da temperatura ambiente, levam o concreto à fissuração devido à retração plástica.

A retração do concreto endurecido pode ser dividida em duas parcelas: a retração autógena e por secagem. A retração autógena pode ser definida como a redução volumétrica macroscópica dos materiais cimentícios, após inicio de pega, sem que ocorra mudança de volume devido à perda ou ao ingresso de substância, variação de temperatura ou solicitações externas. A retração autógena está ligada às reações de hidratação do cimento Portland e ocorre internamente. Com a diminuição do volume de água surgem os meniscos dentro dos capilares, resultando em tensões de tração. Por sua vez, a retração por secagem acontece com a remoção da água adsorvida do CSH (silicato de cálcio hidratado). O fenômeno físico que se desenvolve internamente no concreto é o mesmo da retração autógena: o surgimento dos meniscos dentro dos capilares e, conseqüentemente, tensões de tração.

As deformações ocorridas no concreto devido à retração na verdade são conseqüências da ação em conjunto da retração por assentamento plástico, retração plástica, autógena e por secagem ou hidráulica. Existe ainda a retração por carbonatação e de origem térmica.

A NBR 6118/2003 estabelece que para as peças de concreto armado nos casos correntes a deformação específica pode ser suposta igual a -15×10^{-5}.

FLUÊNCIA

Ao se aplicar, por exemplo, uma força de compressão, o esqueleto sólido sofre uma contração, havendo nesse momento uma diminuição do tamanho de seus poros. Esta é a chamada deformação imediata ou elástica e ocorre quando se aplica carga. Esta deformação é reversível, uma vez que é elástica e pode ser totalmente recuperada quando da retirada do carregamento externo.

Se a carga aplicada permanece por longo tempo, ocorre a deformação lenta ou fluência do concreto. A fluência é bastante importante nas verificações de deformação

excessiva das estruturas de concreto armado e no cálculo das perdas do concreto protendido. Como ocorre na retração, esta deformação é mais rápida no início, diminuindo com o tempo, tendendo assintoticamente a um valor limite.

No caso de pilares esbeltos ($\lambda > 90$), sua consideração é obrigatória, podendo ser feita pelo método da excentricidade equivalente, admitindo-se que todos os carregamentos são de curta duração e introduzindo-se uma excentricidade suplementar de primeira ordem.

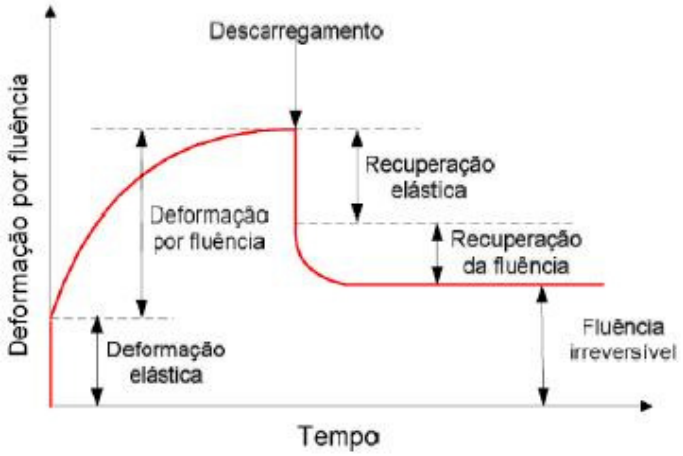


Figura 20 – Comportamento das deformações elásticas, plásticas e por fluência

DEFORMAÇÃO TOTAL

A deformação total em um instante t, $\varepsilon_c(t)$, de um elemento de concreto carregado no instante t_o com uma tensão constante $\sigma_c(t_o)$, pode ser escrita na forma:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_o) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t)$$

onde:

$\varepsilon_{ci}(t_o) \rightarrow$ deformação inicial no instante de aplicação da carga;

$\varepsilon_{cc}(t) \rightarrow$ deformação de fluência no instante $t > t_o$;

$\varepsilon_{cs}(t) \rightarrow$ deformação de retração;

$\varepsilon_{cT}(t) \rightarrow$ deformação térmica (dilatação).

- $\varepsilon_{ci}(t_0) = \dfrac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}(t_0)}$ onde $\sigma_c(t_0)$ é a tensão aplicada no ponto de estudo e $E_{ci}(t_0)$ é o módulo longitudinal inicial $E_{cj}(t_0)$ para $j=t_0$ dias.
- $\varepsilon_{cc}(t_0) = \left[\dfrac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}(t_0)}\right] \times \varphi(t,t_0)$ onde $E_{ci}(t_0)$ é o módulo longitudinal inicial aos 28

dias e $\varphi(t,t_0)$ é o coeficiente de fluência.

- $\varepsilon_{cs}(t) \rightarrow \begin{cases} -15\times10^{-5} \approx 0{,}15‰ \\ \text{Anexo A da NBR 6118/2003} \\ \text{Tabela 6} \end{cases}$

Tabela 6 – Valores característicos superiores da deformação específica de retração $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ e do coeficiente de fluência $\varphi(t_\infty, t_0)$

Umidade Ambiental (%)			40		55		75		90	
Espessura Equivalente $2A_c/u$ (cm)			20	60	20	60	20	60	20	60
$\varphi(t_\infty, t_0)$	t_0 dias	5	4,4	3,9	3,8	3,3	3,0	2,6	2,3	2,1
		30	3,0	2,9	2,6	2,5	2,0	2,0	1,6	1,6
		60	3,0	2,6	2,2	2,2	1,7	1,8	1,4	1,4
$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ ‰		5	-0,44	-0,39	-0,37	-0,33	-0,23	-0,21	-0,10	-0,09
		30	-0,37	-0,38	-0,31	-0,31	-0,20	-0,20	-0,09	-0,09
		60	-0,32	-0,36	-0,27	-0,30	-0,17	-0,19	-0,08	-0,09

Onde A_c é a área da seção transversal e u é o perímetro da seção em contato com a atmosfera.

A tabela 6 é para cálculo aproximado dos coeficientes de retração e fluência, em função de parâmetros como umidade do ambiente e da espessura equivalente. Este procedimento, no entanto, é limitado a casos onde não seja necessária grande precisão e o concreto esteja submetido, quando do primeiro carregamento, não supere $0{,}5f_c$. Para coeficientes mais precisos deve-se consultar o anexo A da norma brasileira.

- $\varepsilon_{cT}(t) = \alpha\Delta T$ onde $\alpha = 10^{-5}$ $^oC^{-1}$ é o coeficiente de dilatação térmica do concreto e ΔT é a variação de temperatura.

CURA DO CONCRETO

A cura é a fase de secagem do concreto, na linguagem da construção civil. Ela é importantíssima: se não for feita de modo correto, este não terá a resistência e a durabilidade desejadas. Ao contrário do que se possa pensar, para uma boa cura não basta deixar o concreto simplesmente secar ao tempo, já que o sol e o vento o secam imediatamente.

É um processo mediante o qual se mantêm um teor de umidade satisfatório, evitando a evaporação de água da mistura, garantindo ainda, uma temperatura favorável ao concreto durante o processo de hidratação dos materiais aglomerantes, de modo que se possam desenvolver as propriedades desejadas.

Basicamente, os elementos que provocam a evaporação são a temperatura ambiente, o vento e a umidade relativa do ar. Conseqüentemente, a influência é maior quando existe uma combinação crítica destes fatores.

As características superficiais são as mais afetadas por uma cura inadequada como a permeabilidade, a carbonatação, a presença de fissuração, etc. Nos concretos convencionais, com emprego de valores de relação água cimento (a/c) maiores que os dos concretos de alto desempenho há unanimidade em aceitar que a cura adequada é condição essencial para a obtenção de um concreto durável.

A cura do concreto deve ser iniciada imediatamente após o endurecimento superficial.

No caso de superfícies horizontais, isto acontece de duas a quatro horas depois de aplicado o concreto. No caso das superfícies verticais é necessário tomar algumas precauções tais como: umedecer as formas e mantê-las saturadas após a concretagem.

As especificações indicam que se deve manter o concreto numa temperatura acima de 10°C e em condições de saturação, pelo menos durante os sete primeiros dias depois de lançado, para concretos produzidos com cimento Portland. Já com cimento comum de endurecimento mais lento deve ser mais prolongada. O Instituto Brasileiro do Concreto recomenda um tempo mínimo de cura de acordo com o tipo de cimento e relação água/cimento utilizada no concreto, a seguir reproduzida na tabela 7. No entanto, quanto mais tempo durar a cura (até três semanas), melhor será para o concreto.

Tabela 7 – Tempo mínimo de cura conforme a relação a/c

Tipo de Cimento	Fator Água/Cimento			
	0,35	0,55	0,65	0,70
CP I e II-32	2 dias	3 dias	7 dias	10 dias
CP IV-32	2 dias	3 dias	7 dias	10 dias
CPIII-32	2 dias	5 dias	7 dias	10 dias
CP I e II-40	2 dias	3 dias	5 dias	5 dias
CP V-ARI	2 dias	3 dias	5 dias	5 dias

A cura pode ser feita por um dos seguintes processos:

- Cura úmida: deve-se manter a superfície do concreto úmida por meio de aplicação de água na sua superfície ou manter o concreto coberto com água ou totalmente imerso em água par evitar que ocorra evaporação da mesma.
- Aplicação de folhas de papel (como por exemplo, sacos de cimento vazios), de tecidos (aniagem, algodão) ou camadas de terra ou areia (com espessura de 3 a 5 cm) mantido úmidos durante o período de cura;
- Aplicação de lonas ou lençóis plásticos impermeáveis, de preferência de cor clara (para evitar o aquecimento excessivo do concreto). A prática mais comum é molhar o concreto por aspersão de água, e/ou usar panos ou papel para reter a umidade junto ao concreto o máximo possível;
- Cura química: consiste em aspergir um produto que forma uma película na superfície do concreto e que impede que haja evaporação da água do concreto;
- Cura ao ar do concreto: não são tomados cuidados especiais para se evitar a evaporação prematura da água necessária para a hidratação do cimento.
- Cura térmica: feita em câmaras, contribui para a otimização do traço ao mesmo tempo em que garante a umidade necessária ao concreto, acelerando a velocidade de ganho de resistência pelo aquecimento.

1.6.6. NORMAS E PROCEDIMENTOS NORMATIVOS

Uma norma técnica é um documento estabelecido por consenso e aprovado por um organismo reconhecido (ABNT) que fornece, para uso comum e repetitivo, regras, diretrizes ou características para atividades ou para seus resultados, visando à obtenção de um grau ótimo de ordenação em um dado contexto. Esta é a definição internacional de norma.

Deve ser realçado o aspecto de que as normas técnicas são estabelecidas por consenso entre os interessados e aprovadas por um organismo reconhecido. Acrescente-se ainda que sejam desenvolvidas para o benefício e com a cooperação de todos os interessados, e, em particular, para a promoção da economia global ótima, levando-se em conta as condições funcionais e os requisitos de segurança.

As normas técnicas são aplicáveis a produtos, serviços, processos, sistemas de gestão, pessoal, enfim, nos mais diversos campos.

Usualmente é o cliente que estabelece a norma técnica que será seguida no fornecimento do bem ou serviço que pretende adquirir. Isto pode ser feito explicitamente, quando o cliente define claramente a norma aplicável, ou simplesmente espera que as normas em vigor no mercado onde atua sejam seguidas.

Elas podem estabelecer requisitos de qualidade, de desempenho, de segurança (seja no fornecimento de algo, no seu uso ou mesmo na sua destinação final), mas também podem estabelecer procedimentos, padronizar formas, dimensões, tipos, usos, fixar classificações ou terminologias e glossários, definir a maneira de medir ou determinar as características, como os métodos de ensaio.

NORMAS REFERENTES AO PROJETO DE ESTRUTURAS EM CONCRETO ARMADO

- NBR 6118/2003 → Projeto e execução de obras de concreto armado
- NBR 6120/1980 → Cargas para o cálculo de estruturas de edificações
- NBR 7480/1996 → Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado
- NBR 6123/1986 → Forças devidas ao vento em edificações
- NBR 6122/2010 → Projeto e execução de fundações
- NBR 8681/1984 → Ações e segurança nas estruturas
- NBR 5627/1980 → Exigências particulares das obras de concreto armado e protendido em relação à resistência ao fogo
- NBR 7212/1984 → Execução de concreto dosado em central
- NBR 12655/1992 → Preparo, controle e recebimento de concreto
- Entre outras...

1.6.7. BASES DE DIMENSIONAMENTO

1.6.7.1. ESTADOS LIMITES

Uma estrutura torna inviável para o uso ao qual foi destinada quando atinge um estado limite, não satisfazendo condições indispensáveis para o seu emprego, como estabilidade, conforto e/ou durabilidade.

ESTADO LIMITE ÚLTIMO (ELU)

São aqueles que correspondem ao esgotamento da capacidade portante da estrutura, em parte ou no todo, podendo se originar por perda de estabilidade da estrutura, ruptura das seções críticas, deformação plástica excessiva da armadura, instabilidade elástica, etc.

A NBR 6118 define como estado limite último aquele relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação do uso da estrutura.

ESTADO LIMITE DE SERVIÇO (ELS) OU DE UTILIZAÇÃO

São aqueles que caracterizam, mesmo não tendo se esgotado a capacidade portante, a impossibilidade de emprego da estrutura, visto que a mesma não pode oferecer as condições necessárias de conforto e durabilidade. Estão relacionados à durabilidade das estruturas, aparência, conforto do usuário e à boa aparência funcional das mesmas. Podem ser originados por:

- fissuração prematura ou excessiva;
- existência de danos indesejáveis devido a deformações excessivas;
- vibrações excessivas (avaliadas em análises dinâmicas onde fatores como freqüência natural das estruturas, ressonância, limites de deslocamento, aceleração e velocidade são estudadas).

A NBR 6118/2003 enumera os seguintes estados limites de serviço:

1. Estado limite de formação de fissuras (ELS-F) → estado em que se inicia a formação de fissuras. Acontecerá quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual à $f_{ct,f}$.
2. Estado limite de abertura das fissuras (ELS-W) → estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados na NBR 6118/2003.
3. Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF) → estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal dados na NBR 6118/2003.
4. Estado limite de descompressão (ELS-D) → estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção. Este tipo de verificação é comum no caso do concreto protendido.

5. Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP) → estado no qual garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas.
6. Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE) → estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido. Também usual no caso do concreto protendido quando da aplicação da protensão.
7. Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE) → estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção.

1.6.7.2. AÇÕES A CONSIDERAR

a) Ações Diretas:

F_g → Cargas permanentes: peso próprio, revestimento, empuxo de terra, etc.

F_q → Cargas acidentais: sobrecargas de utilização, vento, etc.

b) Ações Indiretas:

F_ε → Variação de temperatura, recalques diferenciais (de apoio), etc.

c) Ações excepcionais:

F_ω → Terremotos, incêndios, explosões, choques de veículos, enchentes, etc.

1.6.7.3. COEFICIENTES DE SEGURANÇA

Os coeficientes de segurança têm a finalidade de evitar que uma determinada estrutura alcance um estado limite último (ELU); e resumem-se basicamente na majoração das cargas atuantes e minoração das resistências dos materiais especificados no projeto.

<u>COEFICIENTE DE MAJORAÇÃO DAS SOLICITAÇÕES</u>

$$F_d = \gamma_f \times F_{serviço}$$

a) Cargas permanentes (F_g), em combinações de ações normais:

Desfavoráveis → $\gamma_f = 1,4$

Favoráveis → $\gamma_f = 1,0$

b) Cargas acidentais (F_q), em combinações de ações normais:

Em geral → $\gamma_f = 1,4$

c) Cargas indiretas (F_ε e F_ω), em combinações de ações normais:

Em geral → $\gamma_f = 1,2$

Um carregamento é definido pela combinação das ações que tem probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período preestabelecido. A combinação das ações deve ser feita de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura; a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos e aos estados limites de serviço deve ser realizada em função de combinações últimas e combinações de serviço, respectivamente. A NBR 6118/2003 trata respectivamente dos coeficientes de ponderação das ações e combinação dessas ações.

COEFICIENTE DE MINORAÇÃO DAS RESISTÊNCIAS

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \rightarrow \ Concreto$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \rightarrow \ Aço$$

Tabela 8 – Valores dos coeficientes γ_c e γ_s

Combinações	Concreto γ_c	Aço γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

1.6.7.4. DURABILIDADE DAS ESTRUTURAS

AGRESSIVIDADE DO AMBIENTE

A agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto.

Nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na tabela 9 e pode ser avaliada, simplificadamente, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

Tabela 9 - Classes de agressividade ambiental segundo a NBR 6118/2003

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de Projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana[1), 2)]	Pequeno
III	Forte	Marinha[1)]	Grande
		Industrial[1), 2)]	
IV	Muito forte	Industrial[1), 3)]	Elevado
		Respingos de maré	

NOTAS: 1) Pode-se admitir um micro-clima com classe de agressividade um nível mais branda para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).
2) Pode-se admitir uma classe de agressividade um nível mais branda em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.
3) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

QUALIDADE DO CONCRETO

Segundo a NBR 6118/2003, a durabilidade das estruturas é altamente dependente das características do concreto, da espessura e qualidade do concreto do cobrimento da armadura.

Na falta de ensaios comprobatórios de desempenho da durabilidade da estrutura frente ao tipo e nível de agressividade previsto em projeto, e devido à existência de uma forte correspondência entre a relação água/cimento, a resistência à compressão do concreto e sua durabilidade, permite-se adotar os requisitos mínimos expressos na tabela 10.

Tabela 10 – Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto armado segundo a NBR 6118/2003

Concreto	Classe de agressividade (ver tabela anterior)			
	I	II	III	IV
Relação Água/cimento em massa	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
Classe de concreto (NBR 8953)	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40

ESPESSURA DO COBRIMENTO DA ARMADURA

Define-se como cobrimento de armadura a espessura da camada de concreto responsável pela proteção da armadura ao longo da estrutura. Essa camada inicia-se a partir da face externa das barras da armadura transversal (estribos) ou da armadura mais externa e se estende até a face externa da estrutura em contato com o meio ambiente.

Para garantir o cobrimento mínimo ($c_{mín}$) o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δc), Figura 21.

$$c_{nom} = c_{mín} + \Delta c$$

Nas obras correntes o valor de Δc deve ser maior ou igual a 10 mm. Esse valor pode ser reduzido para 5 mm quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução das estruturas de concreto. Em geral, o cobrimento nominal de uma determinada barra deve ser:

$$c_{nom} \geq \phi_{barra}$$

$$c_{nom} \geq \phi_{feixe} = \phi_n = \phi\sqrt{n}$$

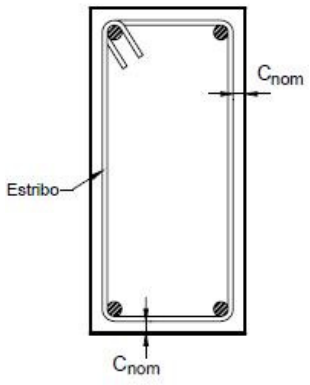


Figura 21 – Cobrimento da armadura

A dimensão máxima característica do agregado graúdo ($d_{máx}$) utilizado no concreto não pode superar em 20 % a espessura nominal do cobrimento, ou seja:

$$d_{máx} \leq 1{,}2\ c_{nom}$$

Para determinar a espessura do cobrimento é necessário antes definir a classe de agressividade ambiental a qual a estrutura está inserida. Segundo a NBR 6118 nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na tabela 9 e pode ser avaliada, simplificadamente, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

A tabela 11 mostra os valores para o cobrimento nominal de lajes, vigas e pilares, para a tolerância de execução (Δc) de 10 mm, em função da classe de agressividade ambiental, conforme mostrada na tabela 9.

Tabela 11 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para Δc = 10 mm segundo a NBR 6118/2003

Tipo de estrutura	Componente ou Elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV[2)]
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje[1)]	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50

Notas: 1) Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas por 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm;

2) Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

2. SOLICITAÇÃO NORMAL SIMPLES

2.1. INTRODUÇÃO

A flexão normal simples é definida como a flexão sem força normal. Quando a flexão ocorre acompanhada de força normal tem-se a flexão composta.

Solicitações normais são aquelas cujos esforços solicitantes produzem tensões normais (perpendiculares) às seções transversais dos elementos estruturais. Os esforços que provocam tensões normais são o momento fletor (M) e a força normal (N).

Nas estruturas de concreto armado são três os elementos estruturais mais importantes: as lajes, as vigas e os pilares. E dois desses elementos, as lajes e as vigas, são submetidos à flexão normal simples, embora possam também, eventualmente, estarem submetidas à flexão normal composta. Por isso, o dimensionamento de seções retangulares e seções T sob flexão normal simples é a atividade diária mais comum aos engenheiros projetistas de estruturas de concreto armado.

O estudo da flexão normal simples tem como objetivo proporcionar o correto entendimento dos mecanismos resistentes proporcionados pelo concreto sob compressão e pelo aço sob tração, em seções retangulares e T, visando levá-lo a bem dimensionar ou verificar a resistência dessas seções.

O equacionamento para a resolução dos problemas da flexão normal simples é deduzido em função de duas equações de equilíbrio da estática; e segundo a norma brasileira, o principal objetivo do dimensionamento, da verificação e do detalhamento é garantir, em relação aos estados limites últimos (ELU) e de serviço (ELS), das estruturas como um todo e de cada uma de suas partes.

2.2. MECANISMOS DA FLEXÃO NORMAL SIMPLES

As preconizações atuais estabelecidas pela NBR 6118/2003 estabelecem, para o concreto armado, o dimensionamento a partir do estado limite último (ELU). Assim os esforços resistentes que a seção transversal é capaz de desenvolver devem ser equilibrados pelos esforços solicitantes de cálculo, para que não ocorra qualquer tipo de ruína ou colapso estrutural (ver figura 22).

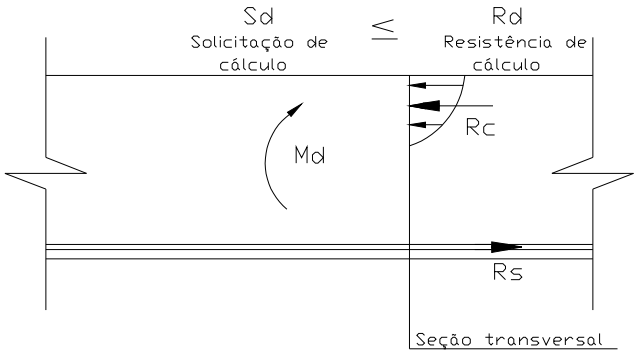


Figura 22 – Equilíbrio estático de uma peça sujeita à flexão normal simples

À partir de agora, vamos procurar entender os mecanismos de ruptura na flexão normal simples, pois assim podemos utilizar as ferramentas adequadas, em termos de resistência dos materiais, análise estrutural e tecnologia dos materiais; e dimensionar as estruturas visando a segurança e a economia do empreendimento. Para tal, as figuras abaixo representam um caso específico de viga bi-apoiada, submetida por duas cargas pontuais perpendiculares ao seu eixo longitudinal, e conseqüentemente seu comportamento estrutural. À partir daí podemos iniciar o estudo de dois princípios fundamentais no processo de dimensionamento: os estádios de cálculo e os domínios de deformação.

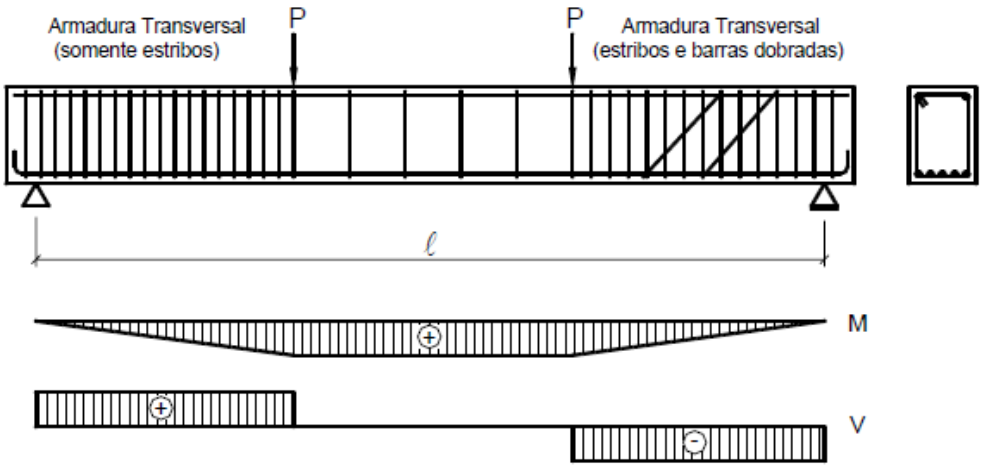


Figura 23 – Viga bi-apoiada e diagramas de esforços solicitantes

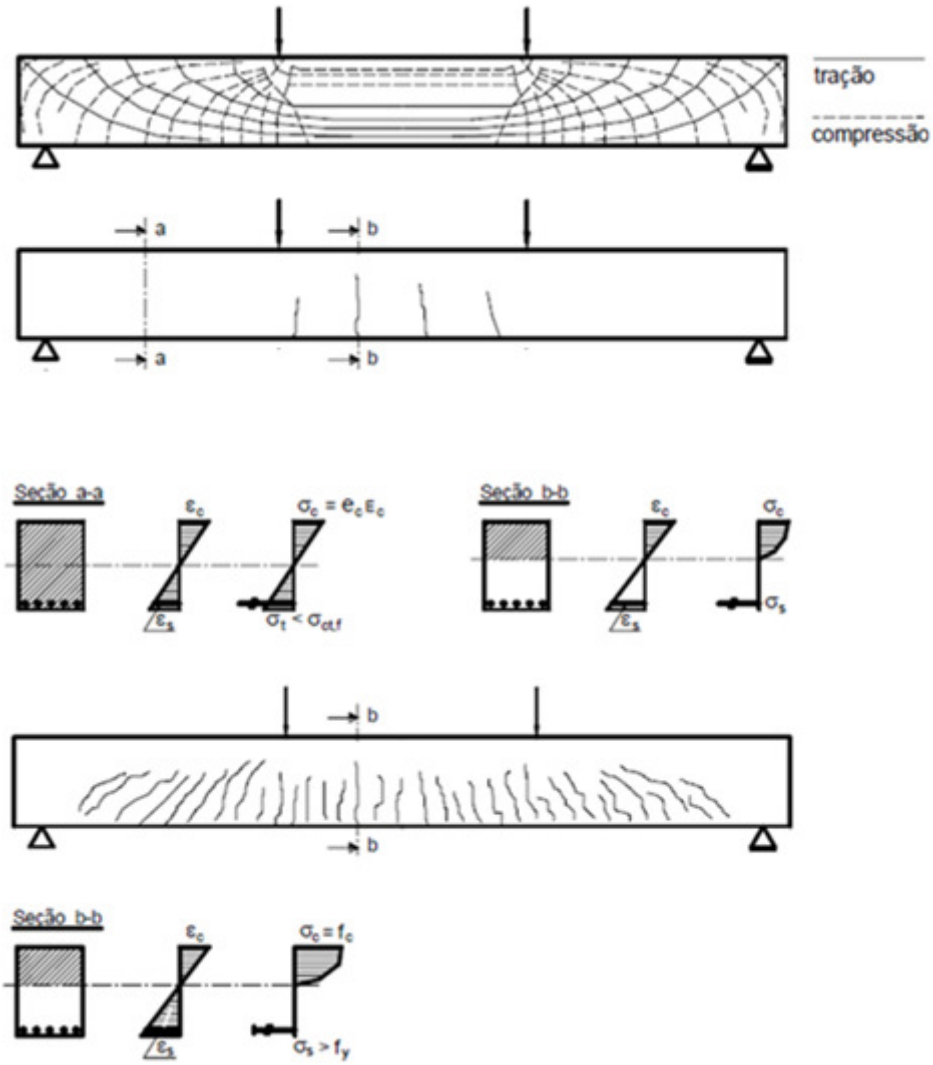


Figura 24 – Comportamento resistente de uma viga bi-apoiada

2.3. ESTÁDIOS DE CÁLCULO

Os estádios podem ser definidos como os vários estágios de tensão pelo qual um elemento fletido passa, desde o carregamento inicial até a ruptura.

A figura 25 descreve o comportamento de uma viga simplesmente apoiada submetida a um carregamento externo crescente, a partir de zero. Em função dos estágios de tensão mostrados na viga, classificam-se os estádios em quatro, cada um apresentando uma particularidade:

1 – Estádio Ia - o concreto resiste à tração com diagrama triangular;

2 – Estádio Ib - corresponde ao início da fissuração no concreto tracionado;

3 – Estádio II - despreza-se a colaboração do concreto à tração;

4 – Estádio III - corresponde ao início da plastificação (esmagamento) do concreto à compressão.

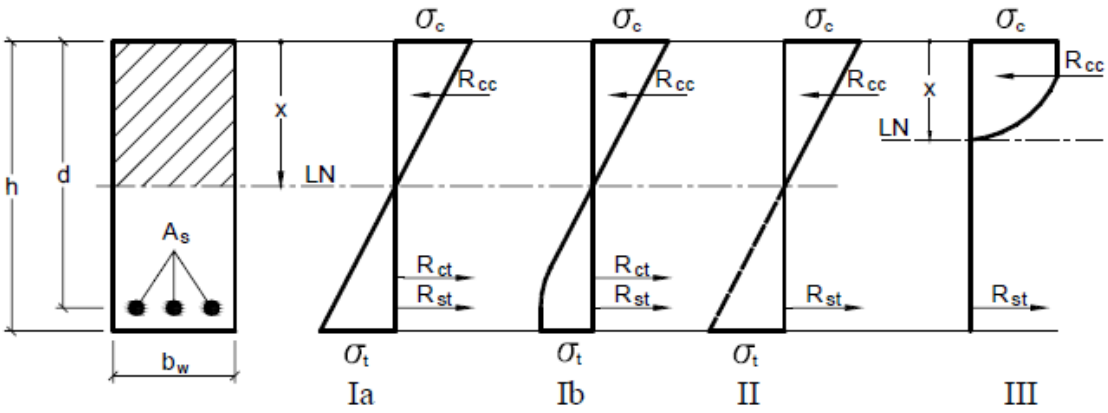


Figura 25 - Diagramas de tensão indicativos dos estádios de cálculo.

No estádio Ia o carregamento externo aplicado é ainda pequeno, de modo que as deformações e as tensões normais são também pequenas. As tensões se distribuem de maneira linear ao longo da altura da seção transversal. As dimensões das peças no estádio Ia resultam exageradas em função de se considerar a resistência do concreto à tração, que é muito pequena.

Com o aumento do carregamento, as tensões de tração perdem a linearidade, deixando de serem proporcionais às deformações. Apenas as tensões na zona comprimida são lineares. A um certo valor do carregamento as tensões de tração superam a resistência do concreto à tração, é quando surge a primeira fissura, o que corresponde ao estádio Ib, ou seja, o término do estádio I e o início do estádio II.

No estádio II as tensões de compressão ainda se distribuem linearmente, de zero na linha neutra ao valor máximo na fibra mais comprimida.

Aumentando ainda mais o carregamento a linha neutra e as fissuras deslocam-se em direção à zona comprimida. As tensões de compressão e de tração aumentam; a armadura tracionada pode alcançar e superar a tensão de início de escoamento (f_y), e o concreto comprimido está na iminência da ruptura (esmagamento).

Cada estádio tem a sua importância, sendo as principais descritas a seguir:

a) Estádio Ia: verificação das deformações em lajes calculadas segundo a teoria da elasticidade, pois essas lajes geralmente se apresentam pouco fissuradas;

b) Estádio Ib: cálculo do momento fletor de fissuração (solicitação que pode provocar o início da formação de fissuras);

c) Estádio II: verificação das deformações em vigas (seções predominantemente fissuradas) e análise das vigas em serviço;

d) Estádio III: dimensionamento dos elementos estruturais no estado limite último.

No caso de uma viga bi-apoiada sob carregamento uniformemente distribuído, no estádio I, as tensões principais na altura da linha neutra (a meia altura da viga) apresentam inclinação de 45° (ou 135°) em relação ao eixo longitudinal da viga, como mostrado na figura 26. Observe que nas regiões próximas aos apoios as trajetórias das tensões principais inclinam-se por influência das forças cortantes, mantendo, no entanto, a perpendicularidade entre as trajetórias.

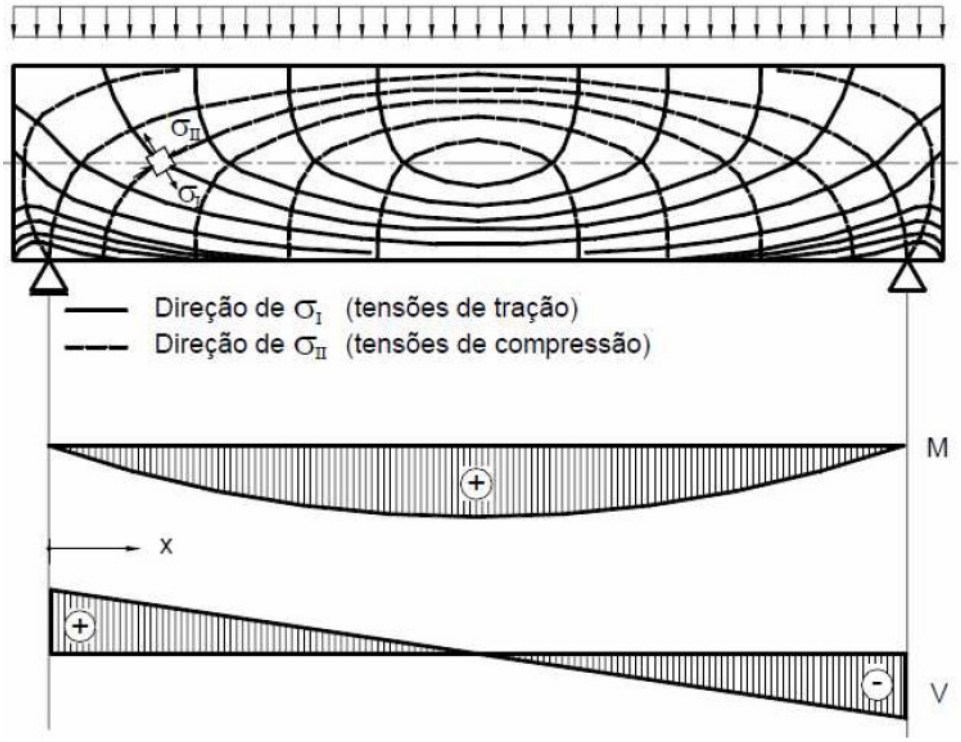


Figura 26 - Trajetória das tensões principais de uma viga bi-apoiada no estádio I sob carregamento uniformemente distribuído (LEONHARDT e MÖNNIG, 1982).

O carregamento induz o surgimento de diferentes estados de tensão nos infinitos pontos que compõem a viga, e que podem ser representados por um conjunto de diferentes componentes, em função da orientação do sistema de eixos considerados. Como exemplo, a figura 27 mostra a representação dos estados de tensão em dois pontos da viga, conforme os eixos coordenados x-y e os eixos principais. O estado de tensão segundo os eixos x-y define as tensões normais σ_x, as tensões σ_y e as tensões de cisalhamento τ_{xy} e τ_{yx}. O estado de tensão segundo os eixos principais definem as tensões principais de tração σ_I e de compressão σ_{II}.

A tensão σ_y pode ser em geral desprezada, tendo importância apenas nos trechos próximos à introdução de cargas. O dimensionamento das estruturas de concreto armado toma como base normalmente as tensões σ_x e τ_{xy}.

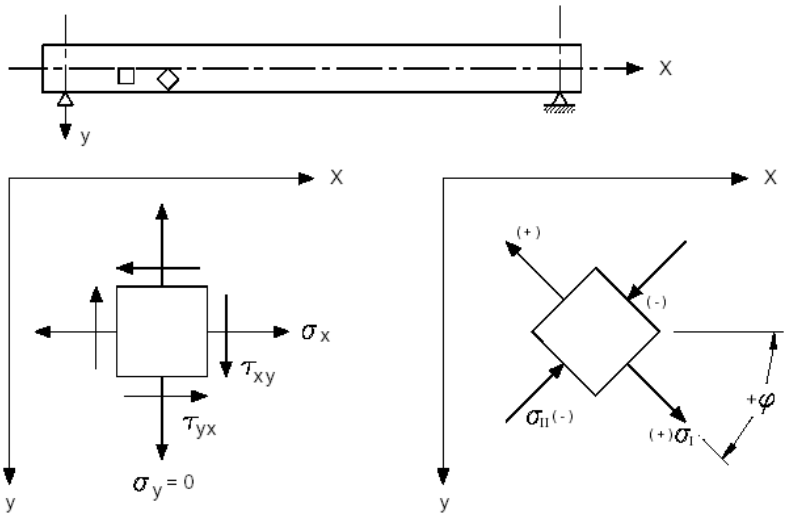


Figura 27 - Componentes de tensão segundo os estados de tensão relativos aos eixos principais e aos eixos nas direções x e y (LEONHARDT e MÖNNIG, 1982).

2.4. DOMÍNIOS DE DIMENSIONAMENTO - DEFORMAÇÃO

Os domínios são representações das deformações que ocorrem na seção transversal dos elementos estruturais. As deformações são de alongamento e de encurtamento, oriundas de tensões de tração e compressão, respectivamente.

Segundo a NBR 6118/2003, o estado limite último (ELU) de elementos lineares sujeitos a solicitações normais é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na figura 28.

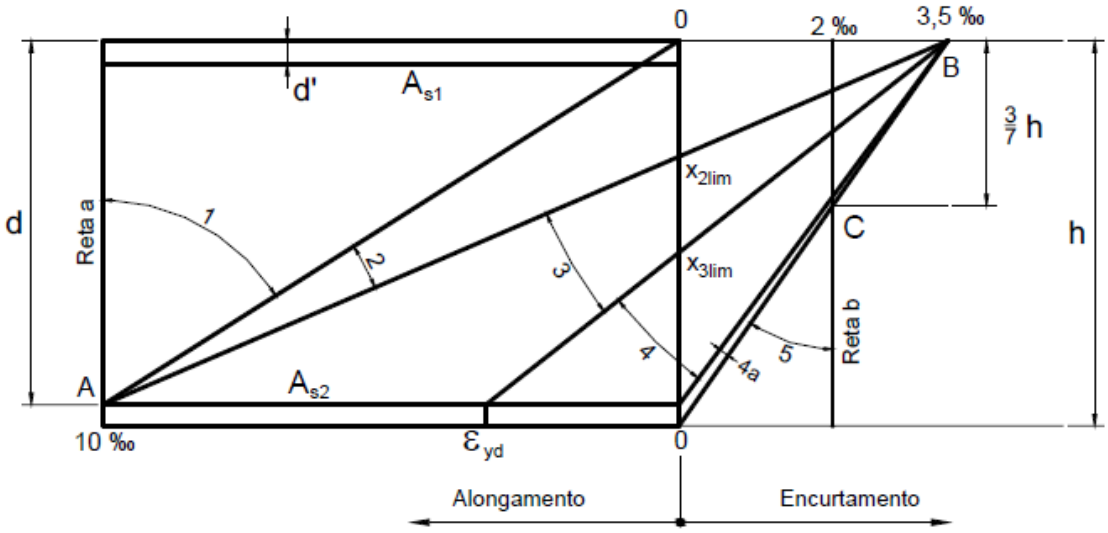


Figura 28 – Diagramas possíveis dos domínios

O estado limite último pode ocorrer por deformação plástica excessiva da armadura (reta a e domínios 1 e 2) ou por encurtamento excessivo do concreto (domínios 3, 4, 4a, 5 e reta b).

O desenho mostrado na figura 28 representa vários diagramas de deformação de casos de solicitação diferentes, com as deformações limites de 3,5‰ para o máximo encurtamento do concreto comprimido e 10‰ para o máximo alongamento na armadura tracionada. Os valores de 3,5‰ e 10‰ são valores últimos, de onde se diz que todos os diagramas de deformação correspondem a estados limites últimos. As linhas inclinadas dos diagramas de deformações são retas, pois se admite a hipótese básica das seções transversais permanecerem planas até a ruptura.

A capacidade resistente da peça é admitida esgotada quando se atinge o alongamento máximo convencional de 10‰ na armadura tracionada ou mais tracionada, ou, de outro modo, correspondente a uma fissura com abertura de 1 mm para cada 10 cm de comprimento da peça.

Os diagramas valem para todos os elementos estruturais que estiverem sob solicitações normais, como a tração e a compressão uniformes e as flexões simples e compostas. Solicitação normal é definida como os esforços solicitantes que produzem tensões normais nas seções transversais das peças. Os esforços podem ser o momento fletor e a força normal.

O desenho dos diagramas de domínios pode ser visto como uma peça sendo visualizada em vista ou elevação, constituída com duas armaduras longitudinais próximas às faces superior e inferior da peça.

A posição da linha neutra é dada pelo valor de x, contado a partir da fibra mais comprimida ou menos tracionada da peça. No caso específico da figura 28, x é contado a partir da face superior. Em função dos vários domínios possíveis, a linha neutra estará compreendida no intervalo entre $-\infty$ (lado superior do diagrama no desenho da figura 28) e $+\infty$ (lado inferior do diagrama). Quando $0 \leq x \leq h$, a linha neutra estará passando dentro da seção transversal.

São descritas a seguir as características da cada um dos oito diferentes domínios de dimensionamento ou deformações.

RETA A

O caso de solicitação da reta a é a tração uniforme (também chamada tração simples ou tração axial), com a força normal de tração aplicada no centro de gravidade

da seção transversal (figura 29). A linha neutra encontra-se no - ∞, e todos os pontos da seção transversal, inclusive as armaduras estão com deformação de alongamento igual à máxima de 10‰. As duas armaduras, portanto, estão com a mesma tensão de tração, a de início de escoamento do aço, f_{yd} (ver diagrama σ x ε dos aços na figura 9). Como exemplo existem os elementos lineares chamados tirantes.

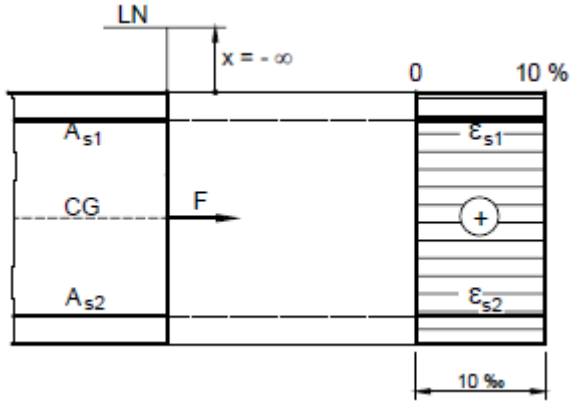


Figura 29 – Tração uniforme na reta a

DOMÍNIO 1

O domínio 1 ocorre quando a força normal de tração não é aplicada no centro de gravidade da seção transversal, isto é, existe uma excentricidade da força normal em relação ao centro de gravidade. Neste domínio, ocorre a tração não uniforme, e a seção ainda está inteiramente tracionada, embora com deformações diferentes (figura 30). Também se diz que a solicitação é de tração excêntrica com pequena excentricidade, ou flexo-tração.

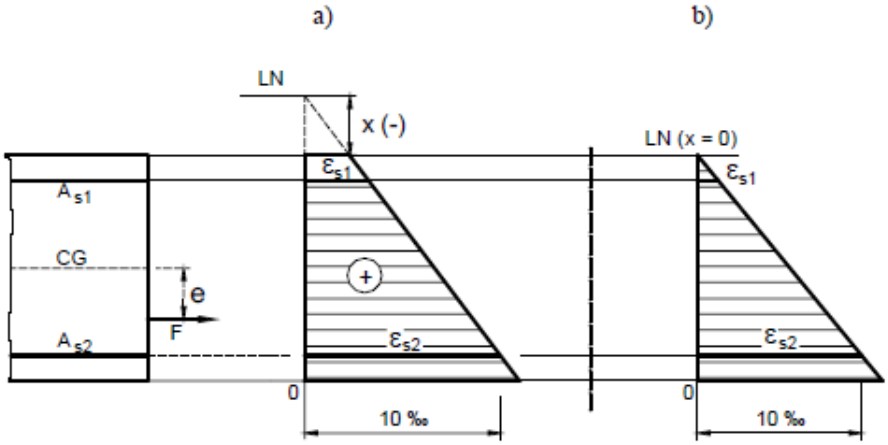


Figura 30 – Tração não uniforme no domínio 1: a) linha neutra com valor – x;
b) linha neutra com x = 0

A deformação de alongamento na armadura mais tracionada é fixa e vale 10‰.

A linha neutra é externa à seção transversal, podendo estar no intervalo entre $-\infty$ (reta a) e zero (limite entre os domínios 1 e 2), com x tendo um valor negativo. A capacidade resistente da seção é proporcionada apenas pelas armaduras tracionadas, pois o concreto encontra-se inteiramente fissurado.

Como exemplo de elemento estruturais no domínio 1 há o tirante.

DOMÍNIO 2

No domínio 2 ocorrem os casos de solicitação de flexão simples, tração excêntrica com grande excentricidade e compressão excêntrica com grande excentricidade. A seção transversal tem parte tracionada e parte comprimida (figura 31). O domínio 2 é caracterizado pela deformação de alongamento fixada em 10‰ na armadura tracionada. Em função da posição da linha neutra, que pode variar de zero a x_{2lim} ($0 \leq x \leq x_{2lim}$), a deformação de encurtamento na borda mais comprimida varia de zero até 3,5‰. Quando a linha neutra passar por x_{2lim}, ou seja, $x = x_{2lim}$, as deformações na armadura tracionada e no concreto da borda comprimida serão os valores últimos, 10‰ e 3,5‰, respectivamente.

No domínio 2 diz-se que a armadura tracionada (As_2) é aproveitada ao máximo, com $\varepsilon_{sd} = 10‰$, mas o concreto comprimido não, com $\varepsilon_{cd} \leq 3,5‰$.

O domínio 2 é subdividido em 2a e 2b em função da deformação máxima de encurtamento no concreto comprimido. No domínio 2a considera-se a deformação variando de zero a 2‰ e no domínio 2b de 2‰ a 3,5‰.

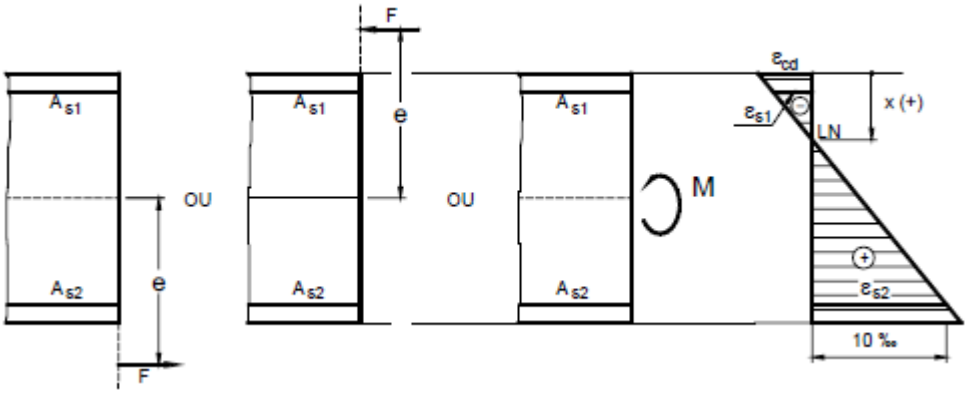


Figura 31 – Casos de solicitação e diagrama genérico de deformações do domínio 2

DOMÍNIO 3

Os casos de solicitação são os mesmos do domínio 2, ou seja, flexão simples, tração excêntrica com grande excentricidade e compressão excêntrica com grande

excentricidade. A seção transversal tem parte tracionada e parte comprimida (figura 32). O domínio 3 é caracterizado pela deformação de encurtamento máxima fixada em 3,5‰ no concreto da borda comprimida. A deformação de alongamento na armadura tracionada varia da deformação de início de escoamento do aço (ε_{yd}) até o valor máximo de 10‰, o que implica que a tensão na armadura é a máxima permitida, f_{yd} (ver figura 9).

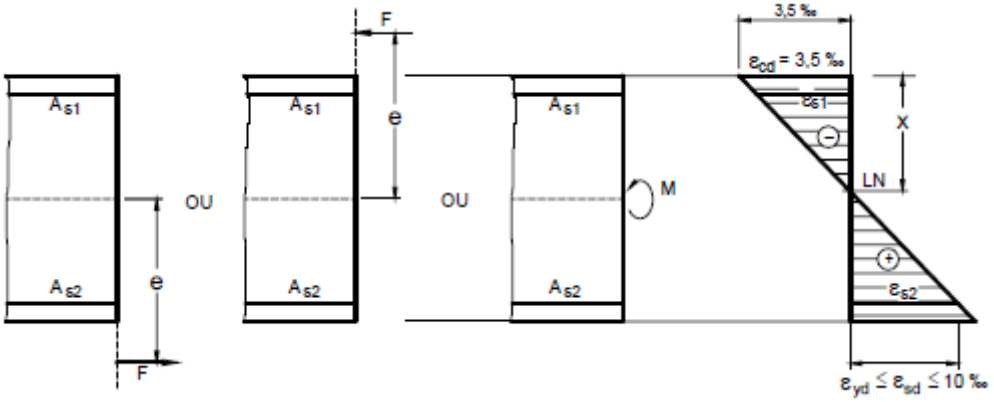


Figura 32 – Casos de solicitação e diagrama genérico de deformações do domínio 3

A posição da linha neutra pode variar, desde o valor x_{2lim} até x_{3lim} ($x_{2lim} \leq x \leq x_{3lim}$), que delimita os domínios 3 e 4. A deformação de encurtamento na armadura comprimida é menor mas próxima a 3,5‰, por estar próxima à borda comprimida, onde a deformação é 3,5‰.

Na situação última a ruptura do concreto comprimido ocorre simultaneamente com o escoamento da armadura tracionada.

DOMÍNIO 4

Os casos de solicitação do domínio 4 são a flexão simples e a flexão composta (flexo-compressão ou compressão excêntrica com grande excentricidade). A seção transversal tem parte tracionada e parte comprimida (figura 33). O domínio 4 é caracterizado pela deformação de encurtamento máxima fixada em 3,5‰ no concreto da borda comprimida. A deformação de alongamento na armadura tracionada varia de zero até a deformação de início de escoamento do aço (ε_{yd}), o que implica que a tensão na armadura é menor que a máxima permitida, f_{yd} (ver figura 9). A posição da linha neutra pode variar de x_{3lim} até a altura útil d ($x_{3lim} \leq x \leq d$).

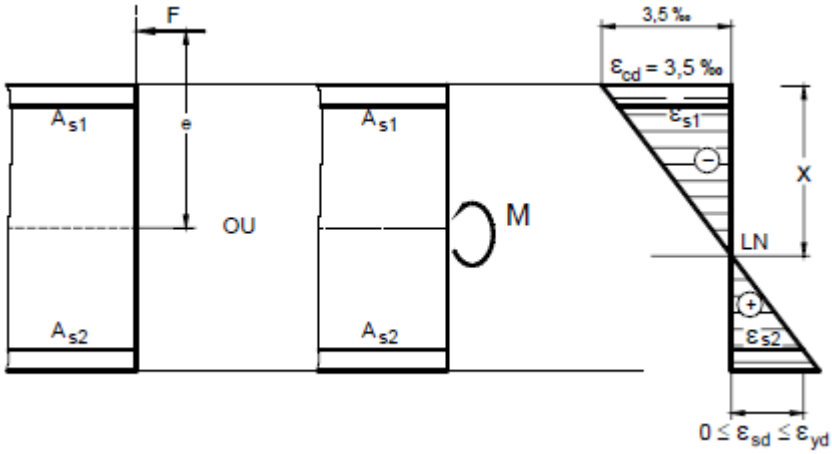


Figura 33 – Casos de solicitação e diagrama genérico de deformações do domínio 4

No domínio 4a a solicitação é de flexão composta (flexo-compressão). A seção transversal tem uma pequena parte tracionada e a maior parte comprimida (figura 34). O domínio 4a também é caracterizado pela deformação de encurtamento máxima fixada em 3,5‰ no concreto da borda comprimida. A linha neutra ainda está dentro da seção transversal, na região de cobrimento da armadura menos comprimida (As_2), ou seja, $d \leq x \leq h$. Ambas as armaduras encontram-se comprimidas, embora a armadura próxima à linha neutra tenha tensões muito pequenas.

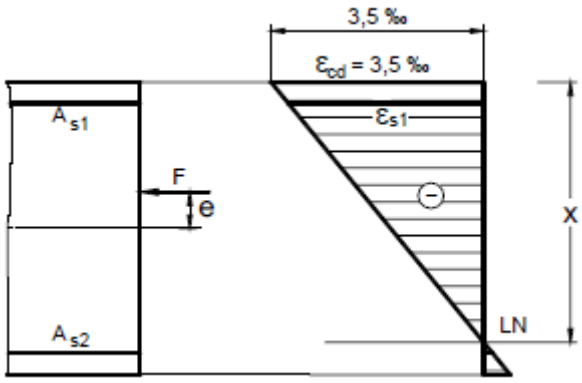


Figura 34 – Solicitação e diagrama genérico de deformações do domínio 4a

DOMÍNIO 5

No domínio 5 ocorre a compressão não uniforme ou flexo-compressão com pequena excentricidade (flexão composta). A linha neutra não corta a seção transversal, que está completamente comprimida, embora com deformações diferentes. As duas armaduras também estão comprimidas. A posição da linha neutra varia de h até + ∞ (figura 35). O que caracteriza o domínio 5 é o ponto C a 3/7 h, como mostrado na figura

35. A linha inclinada do diagrama de deformações passa sempre por este ponto no domínio 5. A deformação de encurtamento na borda mais comprimida varia de 2‰ a 3,5‰ e na borda menos comprimida varia de 0 a 2‰, em função da posição x da linha neutra. Com exceção do caso da linha neutra x = h, a forma do diagrama de deformações será a de um trapézio.

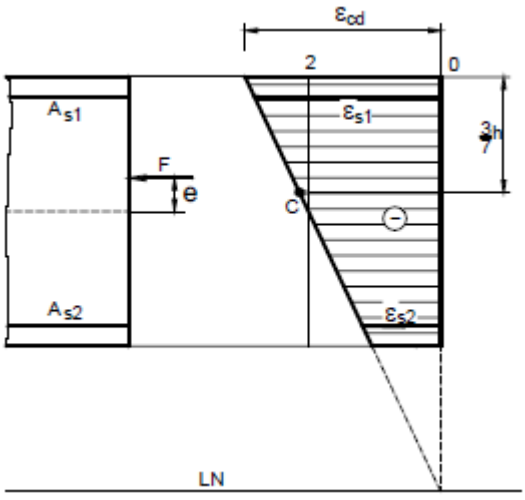


Figura 35 – Compressão não uniforme no domínio 5

RETA B

O caso de solicitação da reta b é a compressão uniforme (também chamada compressão simples ou compressão axial), com a força normal de compressão aplicada no centro de gravidade da seção transversal (figura 36). A linha neutra encontra-se no +∞, e todos os pontos da seção transversal estão com deformação de encurtamento igual a 2‰. As duas armaduras, portanto, estão sob a mesma deformação e a mesma tensão de compressão.

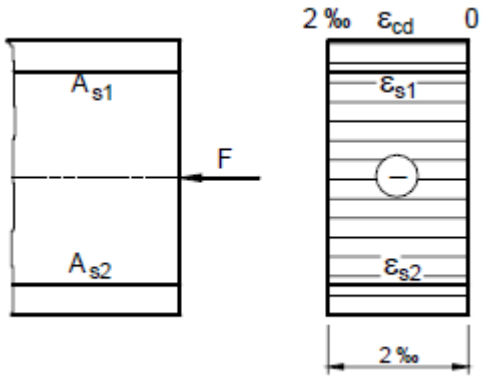


Figura 36 – Compressão uniforme na reta b

DETERMINAÇÃO DE x_{2lim} E x_{3lim}

Tendo como base os diagramas de domínios mostrados na figura 28, os valores limites de x_{2lim} e x_{3lim} podem ser deduzidos. Da figura 37 deduz-se o valor de x_{2lim}:

$$\frac{x_{2\,\lim}}{3{,}5} = \frac{d}{13{,}5} \rightarrow x_{2\,\lim} = 0{,}26d$$

Sendo $\beta_x = \frac{x}{d}$ tem-se $\beta_{x2\,\lim} = 0{,}26$

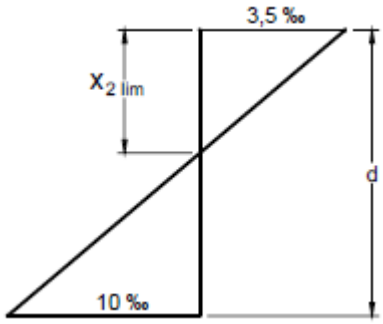


Figura 37 – Diagrama de deformações para a dedução de x_{2lim}

Com procedimento análogo pode-se deduzir o valor de x_{3lim}. Da figura 38 encontra-se:

$$\frac{x_{3\,\lim}}{3{,}5} = \frac{d}{3{,}5 + \varepsilon_{yd}} \rightarrow x_{3\,\lim} = \frac{3{,}5d}{3{,}5 + \varepsilon_{yd}}$$

Sendo $\beta_x = \frac{x}{d}$ tem-se $\beta_{x3\,\lim} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + \varepsilon_{yd}}$

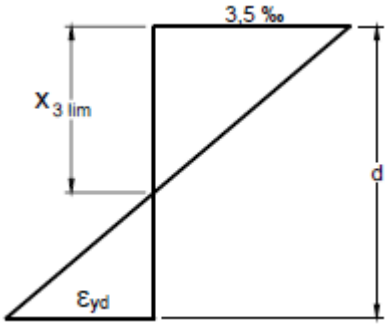


Figura 38 – Diagrama de deformações para a dedução de x_{3lim}

Como se observa nas acima os valores de x_{3lim} e β_{x3lim} dependem de ε_{yd}, isto é, dependem da categoria do aço da armadura passiva. A tabela 12 mostra os valores de x_{3lim} e β_{x3lim} em função da categoria do aço.

Tabela 12 - Valores de ε_{yd}, x_{3lim} e β_{x3lim} em função da categoria do aço

AÇO	ε_{yd} (‰)	x_{3lim}	β_{x3lim}
CA-25 laminado a quente	1,04	0,77 d	0,77
CA-50 laminado a quente	2,07	0,63 d	0,63
CA-60 trefilado a frio	2,48	0,59 d	0,59

Como considerações adicionais sugeridas pela NBR 6118/2003 destacam-se:

- Reta a: tração uniforme;
- Domínio 1: tração não uniforme sem compressão;
- Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\varepsilon_{c,máx} < 3{,}5‰$ e com o máximo alongamento permitido de $\varepsilon_{sd} < 10‰$);
- Domínio 3: flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço: $\varepsilon_{sd} > \varepsilon_{yd}$;
- Domínio 4: flexão simples ou composta, com ruptura à compressão do concreto e sem escoamento do aço tracionado;
- Domínio 4a: flexão composta com todas as armaduras comprimidas;
- Domínio 5: compressão não uniforme, sem tração. Toda a seção está comprimida;
- Reta b: compressão uniforme.

Além disso, a norma define três tipos de seção:

- Seção sub-armada (domínios 2 e 3): a armadura escoa antes da ruptura do concreto a compressão.
- Seção super-armada (domínio 4): o concreto atinge o encurtamento convencional de ruptura antes da armadura escoar - $\varepsilon_{sd} < \varepsilon_{yd}$.
- Seção normalmente armada (limite dos domínios 3 e 4): o esmagamento convencional do concreto comprimido e a deformação de escoamento do aço ocorrem simultaneamente.

2.5. DIMENSIONAMENTO – FORMULAÇÃO GERAL

Flexão Normal Simples – Seção Retangular – Formulação Geral

HIPÓTESES DE CÁLCULO

Na determinação dos esforços resistentes de elementos fletidos, como vigas, lajes e pilares, são admitidas as seguintes hipóteses básicas:

a) As seções transversais permanecem planas até a ruptura, com distribuição linear das deformações na seção;

b) A deformação em cada barra de aço é a mesma do concreto no seu entorno. Essa propriedade ocorre desde que haja aderência entre o concreto e a barra de aço;

c) No estado limite último (ELU) despreza-se obrigatoriamente a resistência do concreto à tração;

d) O encurtamento de ruptura convencional do concreto nas seções não inteiramente comprimidas é de 3,5 ‰ (domínios 3, 4 e 4a);

e) O alongamento máximo permitido ao longo da armadura de tração é de 10 ‰, a fim de prevenir deformações plásticas excessivas;

f) A distribuição das tensões de compressão no concreto ocorre segundo o diagrama tensão x deformação *parábola-retângulo*. Porém, é permitida a substituição desse diagrama pelo retangular simplificado, com altura y = 0,8x, e a mesma tensão de compressão σ_{cd}, como mostrado na figura 39.

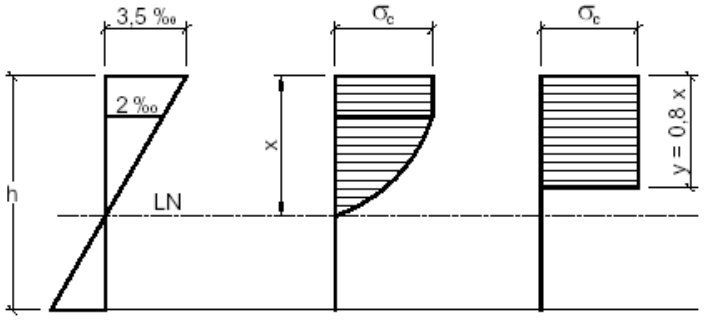


Figura 39 – Diagramas σ x ε parábola-retângulo e retangular simplificado para distribuição de tensões de compressão no concreto.

A tensão de compressão no concreto (σ_{cd} ou f_c) é definida como:

f.1) no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir da linha neutra em direção à borda comprimida (figura 40), a tensão é:

$$f_c = 0{,}85 f_{cd} = \frac{0{,}85 f_{ck}}{\gamma_c}$$

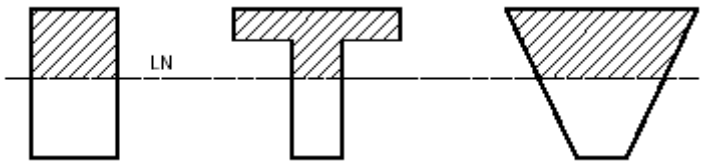


Figura 40 - Seções com tensão de compressão igual a 0,85 f_{cd}

f.2) em caso contrário, isto é, quando a seção diminui (Figura 41), a tensão é:

$$f_c = 0{,}8 f_{cd} = \frac{0{,}8 f_{ck}}{\gamma_c}$$

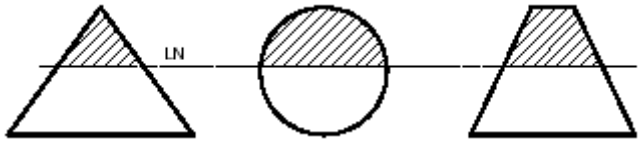


Figura 41 - Seções com tensão de compressão igual a $0{,}8\, f_{cd}$

g) A tensão nas armaduras é a correspondente à deformação determinada de acordo com as hipóteses anteriores e obtida nos diagramas tensão-deformação do aço (ver figura 9).

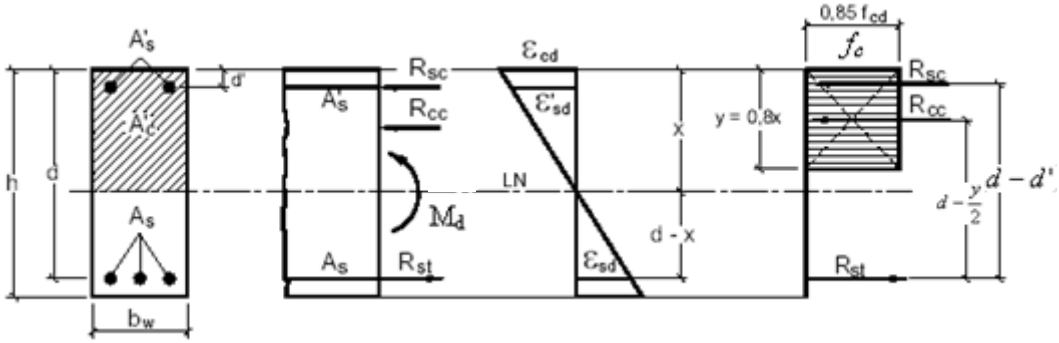


Figura 42 – Seção retangular à flexão simples

Para que a tensão σ_s seja igual à f_{yd} devemos ter $\varepsilon_{sd} \geq \varepsilon_{yd}$

Assim, para se evitar a super-armação (domínio 4), deve-se ter como profundidade máxima da LN $x \leq x_{3lim}$, ou $\left(\frac{x}{d}\right)_{lim} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + \varepsilon_{yd}}$

Onde:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad \rightarrow Aços\ CA-50$$

$$\varepsilon_{yd} = 2\text{‰} + \frac{f_{yd}}{E_s} \quad \rightarrow Aços\ CA-60$$

De acordo com a figura 42 podem-se escrever as seguintes equações de equilíbrio:

$$\sum M_{As} = 0 \qquad M_d = f_c \times b_w \times y \times \left(d - \frac{y}{2}\right) + A'_s \times \sigma'_{sd} \times (d - d')$$

$$\sum F_h = 0 \qquad N_d = 0 = f_c \times b_w \times y + A'_s \times \sigma'_{sd} - A_s \times f_{yd}$$

Observa-se nas equações de equilíbrio que a armadura comprimida As' pode existir ou não, aparecendo no dimensionamento da seção apenas quando for necessária (armadura dupla).

Ao dividir todos os termos da equação, de equilíbrio, em termos de momento, por uma quantidade que tem a mesma dimensão de um momento, como f_c x b_w x d^2 obtém-se uma equação de equilíbrio em termos adimensionais. Cancelados os valores iguais no numerador e denominador fica:

$$\frac{M_d}{f_c \times b_w \times d^2} = \frac{y}{d} \times \left(1 - \frac{y}{2d}\right) + \frac{A'_s \times \sigma'_{sd}}{f_c \times b_w \times d} \times \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \quad \textbf{- eq. 01}$$

Definindo:

$$k = \frac{M_d}{f_c \times b_w \times d^2} \quad \textbf{- eq. 02}$$

$$\alpha = \frac{y}{d} = 0{,}8\frac{x}{d} \quad \textbf{- eq. 03}$$

$$\phi = \frac{\sigma'_{sd}}{f_{yd}} \quad \textbf{- eq. 04}$$

$$k' = \alpha \times \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \quad \textbf{- eq. 05}$$

$$k = k' + \frac{A'_s \times \phi \times f_{yd}}{f_c \times b_w \times d} \times \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \quad \textbf{- eq. 06}$$

Isolando o valor de A'_s da equação 06 temos:

$$A'_s = \frac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times \frac{k - k'}{\left(1 - \frac{d'}{d}\right)} \times \frac{1}{\phi} \quad \textbf{- eq. 07}$$

Assim, somente existirá a armadura de compressão A'_s quando k>k', ou seja: $A'_s > 0 \rightarrow k>k'$

K ⇔ Parâmetro adimensional que mede a intensidade do momento fletor solicitante (externo) de cálculo.

K' ⇔ Parâmetro adimensional que mede a intensidade do momento fletor resistente (interno) de cálculo, devido ao concreto comprimido.

O terceiro termo da equação 01 mede a intensidade do momento fletor resistente (interno) de cálculo, devido à armadura A'_s comprimida.

α ⇔ valor da profundidade relativa da linha neutra referente ao diagrama retangular simplificado de tensões no concreto.

$\phi \Leftrightarrow$ representa o nível de tensão na armadura comprimida

Deve existir, portanto, um valor limite para k, abaixo do qual não é necessário armadura A'_s. Vamos representar esse limite pela sigla k_L.

$$k_L = \alpha_L \times \left(1 - \frac{\alpha_L}{2}\right)$$

$$\alpha_L = \left(\frac{y}{d}\right)_L = 0{,}8\left(\frac{x}{d}\right)_L = \frac{2{,}8}{3{,}5 + \varepsilon_{yd}}$$

Tabela 13 – Valores de k_L sem a consideração da ductilidade

Aço	f_{yd} (kN/cm²)	ε_{yd} (‰)	$\beta_{3lim} = (x/d)_{3lim}$	α_L	k_L
CA-25	21,74	1,035	0,772	0,617	0,427
CA-50	43,48	2,070	0,628	0,503	0,376
CA-60	52,17	2,484	0,585	0,468	0,358

A relação $\beta_{3lim} = (x/d)_{3lim}$, além de satisfazer ao limite estabelecido anteriormente ($x \leq x_{3lim}$), que gerou a tabela 13, deve também atender aos limites fixados pela norma brasileira, para melhoria da ductilidade, que fixa a profundidade relativa limite em:

- $\beta_{lim} = (x/d)_{lim} \leq 0{,}50$ para concretos com $f_{ck} \leq 35$ MPa
- $\beta_{lim} = (x/d)_{lim} \leq 0{,}40$ para concretos com $f_{ck} > 35$ MPa

Observando-se a tabela 13, nota-se que todos os valores de β_{3lim} são superiores aos das equações acima e que, portanto, com esses últimos garante-se maior capacidade de rotação das seções transversais. Os novos valores de k_L da tabela 14 atendem às recomendações de melhoria de ductilidade, e agora os mesmo não mais dependem do tipo de aço, mas sim da faixa de resistência f_{ck} do concreto ser inferior ou não a 35 MPa.

Tabela 14 – Valores finais de k_L com a consideração da ductilidade. Aço CA-50

f_{ck} (MPa)	k_L
≤ 35 MPa	0,320
> 35 MPa	0,269

$k < k_L \rightarrow A'_s = 0 \Leftrightarrow k' = k$

$k \leq k_L \rightarrow$ Seção sub-armada

$k > k_L \rightarrow$ Seção normalmente armada ($k' = k \rightarrow A'_s \neq 0$)

A partir das equações de equilíbrio determina-se a armadura de tração A_s.

$$A_s = \frac{f_c \times b_w \times y}{f_{yd}} + A'_s \times \frac{\sigma'_{sd}}{f_{yd}}$$

Multiplicando-se e dividindo-se simultaneamente o segundo termo por d e substituindo a relação σ'_{sd}/f_{yd} do terceiro termo pela variável da equação 04, obtém-se:

$$A_s = \frac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times \frac{y}{d} + A'_s \times \phi = \frac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times \alpha + A'_s \times \phi$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - 2k'}$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

$$A_{s1} = \frac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times (1 - \sqrt{1 - 2k'})$$

$$A_{s2} = \frac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times \frac{(k - k')}{(1 - \frac{d'}{d})}$$

Uma vez calculada a armadura A_s pode-se obter a armadura A'_s, dada pela expressão:

$$A'_s = \frac{A_{s2}}{\phi}$$

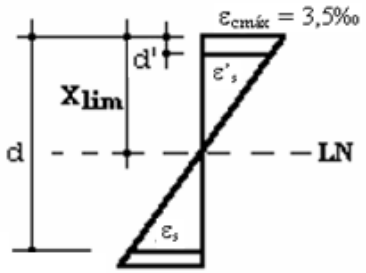


Figura 43 – Diagrama de deformação na armadura dupla

Considerando os valores limites para β_{lim} nota-se que ambos, $(x/d)_{lim} = 0,40$ e $(x/d)_{lim} = 0,50$, são menores que os valores de $\beta_{3lim} = (x/d)_{3lim}$ da tabela 13, para as três categorias de aço CA-25, CA-50 e CA-60. Além disso, o valor da profundidade relativa do domínio 2 é dado por $\beta_{2lim} = (x/d)_{2lim} = (3,5/13,5) = 0,26$. Pode-se concluir, portanto, que para as três categorias de aço empregados em peças de concreto armado, a profundidade relativa limite que define a armadura dupla estará no domínio 3, ou seja:

$\beta_{2lim} = 0,26 < \beta_{lim} = (x/d)_{lim} < \beta_{3lim}$

A definição do ELU para o domínio 3 é $\varepsilon_{cmáx} = 3{,}5‰$ conforme visto na figura 43. A deformação ε'_s pode ser calculada a partir da seguinte equação, retirada por semelhança de triângulos na figura 43.

$$\frac{\varepsilon'_s}{x_{\lim} - d'} = \frac{0{,}0035}{x_{\lim}} \Rightarrow \varepsilon'_s = \frac{x_{\lim} - d'}{x_{\lim}} \times 0{,}0035 = \frac{\left(x/d\right)_{\lim} - d'/d}{\left(x/d\right)_{\lim}} \times 0{,}0035$$

Caso seja ε'_s menor que o valor da deformação de cálculo correspondente ao escoamento ε_{yd}, a tensão σ'_{sd} é obtida pela aplicação da lei de Hooke $\sigma'_{sd} = E_s \times \varepsilon'_s$ o que implica em valor de $\varnothing < 1$. Caso contrário $\sigma'_{sd} = f_{yd}$ o que implica em $\varnothing = 1$. Fazendo $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd}$ na equação anterior, obtém-se a inequação seguinte, que expressa a relação (d'/d) abaixo da qual se tem $\varnothing = 1$.

$$\left(\frac{d'}{d}\right) \leq \left(\frac{x}{d}\right)_{\lim} \times \left(1 - \frac{\varepsilon_{yd}}{0{,}0035}\right)$$

O aço CA-25 é pouco usado no Brasil, o aço CA-60 é normalmente usado para flexão em lajes e pisos, onde não se usa armadura dupla, restando, pois o aço CA-50, que é o mais utilizado para flexão de vigas. Para essa categoria de aço $\varepsilon_{yd} = 2{,}07‰$ e considerando $(x/d)_{\lim} = 0{,}50$ ($f_{ck} \leq 35$ MPa) temos:

$\left(\frac{d'}{d}\right) \leq 0{,}204$ ou, pegando o inverso $(1 \div 0{,}204)$, $\left(\frac{d'}{d}\right) \geq 4{,}896$

Esse valor expresso acima, assim como para outros tipos de aço e $(x/d)_{\lim}$ estão indicados na tabela 15.

Tabela 15 – Valores das relações entre d e d', para se ter $\varnothing = 1$ (nível de tensão em A'_s)

Aço	$f_{ck} \leq 35$ MPa $(x/d)_{\lim} = 0{,}50$		$f_{ck} > 35$ MPa $(x/d)_{\lim} = 0{,}40$	
	$\left(\frac{d'}{d}\right) \leq$	$\left(\frac{d'}{d}\right) \geq$	$\left(\frac{d'}{d}\right) \leq$	$\left(\frac{d'}{d}\right) \geq$
CA-25	0,352	2,840	0,282	3,550
CA-50	0,204	4,896	0,163	6,121
CA-60	0,145	6,893	0,116	8,616

Os valores da tabela 15 são as relações usuais para vigas de concreto armado, ou seja, geralmente o nível de tensão na armadura comprimida é igual a 1. No entanto, para

situações pouco comuns, não contempladas na tabela 15, o valor de $\phi = \frac{\sigma'_{sd}}{f_{yd}} \leq 1$, pode ser obtido com $\sigma'_{sd} = E_s \times \varepsilon'_s \leq f_{yd}$, a partir da equação de ε'$_s$ ($\varepsilon'_s = \frac{\left(x/d\right)_{\lim} - d'/d}{\left(x/d\right)_{\lim}} \times 0{,}0035$):

$$\phi = \frac{\left(x/d\right)_{\lim} - d'/d}{\left(x/d\right)_{\lim}} \times \frac{0{,}0035 \times E_s}{f_{yd}} = \frac{745}{f_{yd}} \times \frac{\left(x/d\right)_{\lim} - d'/d}{\left(x/d\right)_{\lim}} \leq 1$$

Resumo: Dimensionamento de seções retangulares

$$k = \frac{M_d}{f_c \times b_w \times d^2} \Rightarrow \begin{cases} k \leq k_L \rightarrow k' = k \Leftrightarrow \textit{Armação simples} \\ k > k_L \rightarrow k' = k_L \Leftrightarrow \textit{Armação dupla} \end{cases}$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \Rightarrow \begin{cases} A_{s1} = \frac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times (1 - \sqrt{1 - 2k'}) \\ A_{s2} = \frac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times \frac{(k - k')}{(1 - \frac{d'}{d})} \end{cases}$$

$$A'_s = \frac{A_{s2}}{\phi}$$

- $f_{ck} \leq 35$ MPa $\Leftrightarrow$ k$_L$ = 0,320
- $f_{ck} > 35$ MPa $\Leftrightarrow$ k$_L$ = 0,269

Existem, na prática, dois casos mais comuns de dimensionamento:

A partir das formulações estudadas anteriormente, obtem-se:

$$M_{d,L} = k_1 f_c b_w d^2$$

$$d_L = \sqrt{\frac{M_{d,L}}{k_L f_c b_w}}$$

onde:

M$_{d,L}$ é o máximo momento fletor de cálculo resistido com armadura simples

d$_L$ é a altura útil mínima necessária para resistir ao máximo momento fletor de cálculo com armadura simples.

Caso o momento atuante de cálculo seja maior que $M_{d,L}$ ou ainda que a altura útil seja menor que d_L, o que significa em ambos, $k > k_L$ torna-se necessário para o equilíbrio a armadura de compressão A'_s. Essa situação, com a utilização simultânea de armadura de tração A_s e de compressão A'_s, caracteriza seções dimensionadas à flexão com armadura dupla.

Conforme já citado anteriormente, a super armação deve ser sempre evitada, principalmente por ser anti-econômica. Na situação de armação dupla para os valores da tabela 14, caso se pretenda absorver um momento solicitante superior ao $M_{d,L}$ apenas com armadura de tração, isso não significa necessariamente peças super-armadas. Já com os valores da tabela 13, caso a mesma situação ocorra e seja possível o equilíbrio apenas com armadura simples, só A_s, essa seção será obrigatoriamente super-armada, uma vez que os limites da tabela 13 referem-se ao final do domínio 3.

Na situação de armadura dupla $k > k_L$, basta fazer nas equações de dimensionamento à flexão em seções retangulares $k = k_L$. Essa igualdade significa fisicamente que o momento interno resistente referente ao concreto comprimido k' é igual ao máximo momento fletor de cálculo resistindo com armadura simples k_L. Essa parcela do momento total $M_d > M_{d,L}$, será resistida pelo concreto comprimido e pela armadura tracionada A_{s1}. A diferença $M_d - M_{d,L}$, que em termos adimensionais fica $k - k_L$ será absorvida pela parcela da armadura de tração A_{s2} e pela armadura de compressão A'_s.

Determinação da linha neutra em relação ao topo da peça – distância x (figura 42)

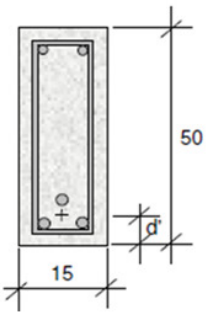
$$x = 1{,}25d\left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0{,}425 b_w d^2 f_{cd}}}\right)$$

Porém, os limites fixados para melhoria da ductilidade, devem ser respeitados: [$(x/d)_{lim} \leq 0{,}50$ para $f_{ck} \leq 35$ MPa e $(x/d)_{lim} \leq 0{,}40$ para $f_{ck} > 35$ MPa]

EXERCÍCIOS DE DIMENSIONAMENTO

1. Uma viga bi-apoiada de concreto armado de seção retangular com altura de 50 cm e largura de 15 cm será executada usando-se concreto C20 e aço CA-50. A solicitação máxima é de um momento fletor característico de 88,10 kNxm. O estribo é de 5 mm de diâmetro, o cobrimento adotado é de 2,5 cm e o agregado graúdo é a brita 1.

Dados: f_{ck} = 20 MPa = 2 kN/cm; f_{yk} = 500 MPa = 50 kN/cm²; h = 50 cm; b_w = 15 cm; Mk = 8810 kN.cm



1) Estimativa da altura útil d

d' = 0,1.h = 0,1.50 = 5 cm

d = h – d' = 50 -5 = 45 cm

2) Momento Fletor de cálculo

M_d = 1,4 x 8810 = 12334 kN.cm

3) Valor de cálculo da resistência à compressão do concreto

f_c = 0,85 x 2/1,4 = 1,21 kN/cm²

4) Valor de cálculo da resistência do aço

f_{yd} = 50/1,15 = 43,48 kN/cm²

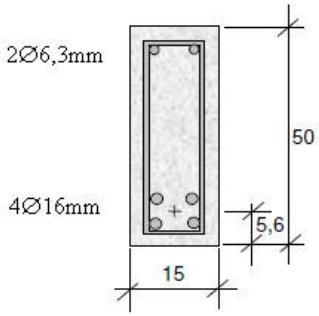
5) Determinação do k

$$k = \frac{12334}{1{,}21 \times 15 \times 45^2} \Rightarrow 0{,}336 > 0{,}320 \rightarrow k' = k_L \Leftrightarrow \textit{Armação dupla}$$

6) Definição da armadura

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \Rightarrow \begin{cases} A_{s1} = \dfrac{1{,}21 \times 15 \times 45}{43{,}48} \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0{,}320}) = 7{,}514 cm^2 \\ A_{s2} = \dfrac{1{,}21 \times 15 \times 45}{43{,}48} \times \dfrac{(0{,}336 - 0{,}320)}{(1 - \dfrac{5}{45})} = 0{,}338 cm^2 \end{cases} = 7{,}85 cm^2$$

$$A'_s = \frac{0{,}338}{1} = 0{,}338 cm^2$$



7) Determinação da linha neutra em relação ao topo da peça

$$x = 1{,}25 \times 45 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{12334}{0{,}425 \times 15 \times 45^2 \times \frac{2}{1{,}4}}} \right) = 23{,}88 cm$$

x/d = 23,88/45 = 0,53 > $(x/d)_{lim}$ = 0,50 ⇔ Domínio 3 (0,26<0,53<0,63)

Logo, 0,5.45 = 22,5cm

3. DIMENSIONAMENTO DE LAJES – CÁLCULO ELÁSTICO

3.1. Introdução

Generalidades

As lajes são elementos estruturais laminares planos, solicitados predominantemente por cargas normais ao seu plano médio. Elas constituem os pisos dos edifícios correntes de concreto armado. Nas estruturas laminares planas, predominam duas dimensões, comprimento e largura, sobre a terceira que é a espessura. Da mesma forma, que as vigas são representadas pelos seus eixos, as lajes são representadas pelo seu plano médio. As lajes são diferenciadas pela sua forma, vinculação e relação entre os lados. Geralmente, nas estruturas correntes, as lajes são retangulares, mas podem ter forma trapezoidal ou em L.

Classificação das lajes quanto à relação entre os lados

As lajes retangulares são classificadas como:

- lajes armadas em uma só direção: são aquelas em que a relação entre o maior (l_y) e o menor vão (l_x) é maior que 2 ($\lambda>2$).
- lajes armadas em duas direções ou armadas em cruz: são aquelas em que a relação entre o maior (l_y) e o menor vão (l_x) é menor que 2 ($\lambda\leq2$).

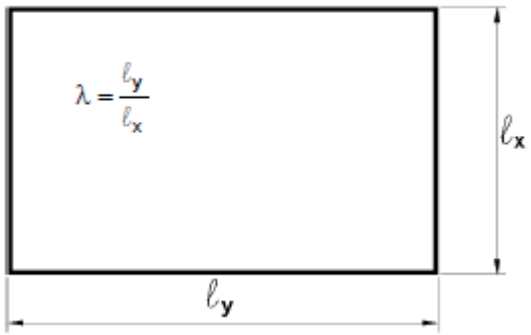


Figura 44 – lajes armadas em uma e duas direções

Em função da vinculação das bordas da laje, a classificação acima apresenta exceções. Se a laje for suportada continuamente somente ao longo de duas bordas paralelas (as outras duas forem livres) ou quando tiver três bordas livres (laje em balanço), ela será também armada em uma só direção, independentemente da relação entre os lados (λ).

Vinculação

As bordas das lajes podem apresentar os seguintes tipos de vinculação:

- **apoiada**: quando a borda da laje é continuamente suportada por vigas, paredes de alvenaria de tijolos cerâmicos, de blocos de concreto ou de pedras.
- **livre**: quando a borda da laje não tiver nenhuma vinculação ao longo daquele lado.
- **engastada**: quando a borda da laje tem continuidade além do apoio correspondente daquele lado (laje adjacente).

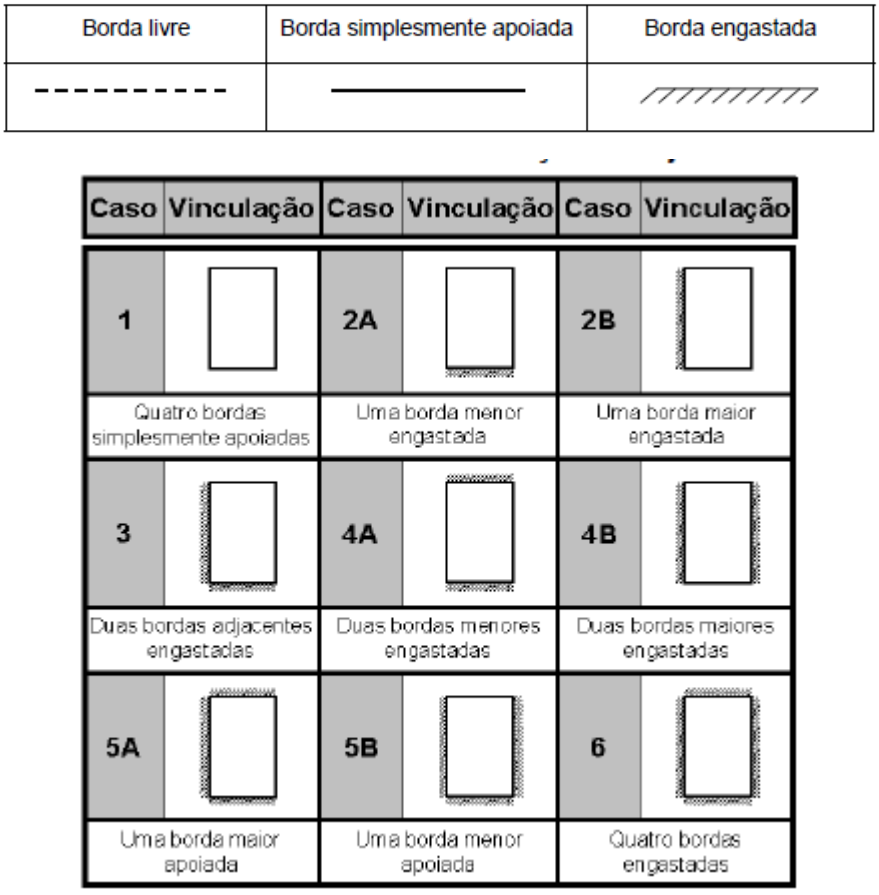


Figura 45 – Vinculação de lajes

Uma laje não deve ser considerada engastada em outra que tenha uma espessura maior que 2 cm, tomando-se como balizamento o lado inferior (ver figura 46).

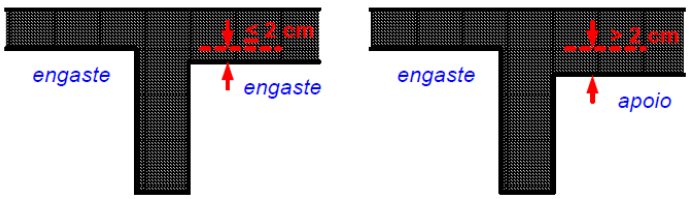


Figura 46 – Continuidade de lajes adjacentes com espessura diferente

Toda a laje que tiver um lado adjacente a uma laje rebaixada tem este lado apoiado; toda a laje rebaixada deve ser considerada apoiada, salvo se tiver outros três lados livres (ver figura 47).

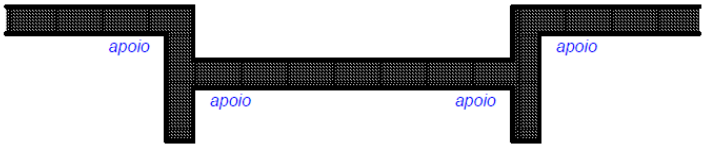


Figura 47 – Continuidade de lajes adjacentes com elevações diferentes

Quando em um lado da laje ocorrer duas situações de vínculo (apoiado e engastado), temos o seguinte critério a adotar:

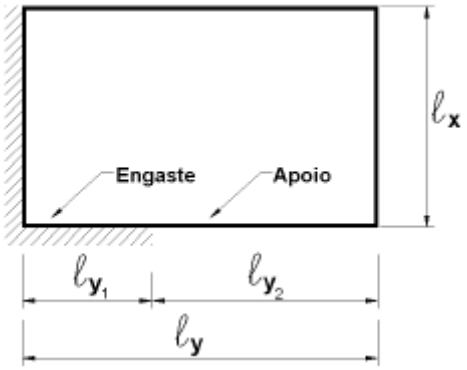


Figura 48 – Caso específico de vinculação

1 – $l_{y1} \leq 33\% l_y \rightarrow$ Considera-se a borda totalmente apoiada.

2 – $33\% l_y < l_{y1} < 67\% l_y \rightarrow$ Calculam-se os esforços para as duas situações – borda totalmente apoiada e borda totalmente engastada – e adotam-se os maiores valores no dimensionamento.

3 – $l_{y1} \geq 67\% l_y \rightarrow$ Considera-se a borda totalmente engastada.

Quando se inicia o cálculo das lajes, não são conhecidas as espessuras; deve-se, então, considerar inicialmente engastados todos os lados que são adjacentes a outras lajes não rebaixadas. Somente após a primeira hipótese de vinculação é que será possível determinar as espessuras das lajes e refazer a vinculação, quando a espessura for maior que 2 cm.

Vãos efetivos de lajes

Quando os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

com a_1 igual ao menor valor entre ($t_1/2$ e 0,3h) e a_2 igual ao menor valor entre ($t_2/2$ e 0,3h), conforme a figura 49 abaixo.

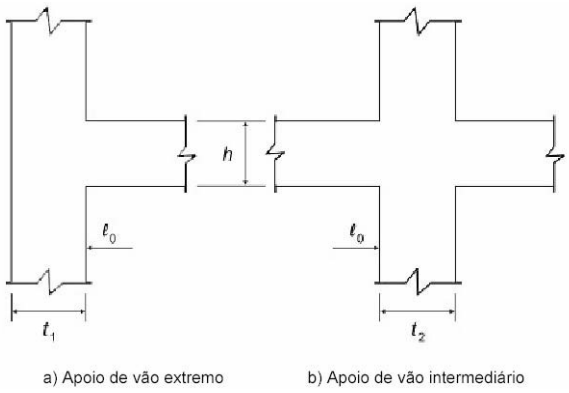


Figura 49 – Vãos efetivos

Nas lajes em balanço, o vão efetivo é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores superiores ao comprimento livre acrescido de trinta por cento da espessura da laje junto ao apoio.

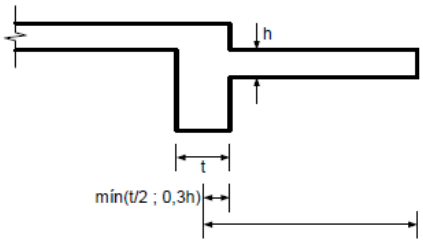


Figura 50 – Vãos efetivos para lajes em balanço

Em geral, para facilidade do cálculo, é usual considerar os vãos teóricos até os eixos dos apoios.

Cargas nas lajes

Em lajes usuais o carregamento, em geral, é considerado como uniformemente distribuído:

p (kN/m²), onde:

$$p = g + q$$

onde:

g – é a parcela permanente das cargas que atuam sobre a laje (peso próprio, revestimento, reboco, etc.);

q – é a parcela variável das cargas que atuam sobre a laje (peso das pessoas, móveis, equipamentos, etc.).

Os valores das cargas a serem considerados no cálculo de estruturas de edificações são indicados na NBR6120/1980.

Para edifícios residenciais, os valores mais usuais de cargas são:

- peso específico do concreto armado = 2500 kgf/m³
- peso específico do concreto simples = 2400 kgf/m³

- revestimentos/enchimentos em argamassa de cimento e areia = 2100 kgf/m³
- revestimento de tacos ou tabuões de madeira = 70 kgf/m² (estimado)
- revestimento de material cerâmico = 125 kgf/m² (estimado)
- forro falso = 100 kgf/m² (estimado)
- carga variável em salas, dormitórios, cozinhas, banheiros = 150 kgf/m²
- carga variável em despensa, lavanderia, área de serviço = 200 kgf/m²
- carga variável em corredores, escadas em edifícios:
não residenciais = 300 kgf/m²
residenciais = 250 kgf/m²
- sacada: mesma carga da peça com a qual se comunica.
- carga variável linear nos bordas livres das lajes de 200 kgf/m (vertical) e 80 kgf/m na altura do corrimão (horizontal).

Além da carga superficial, é comum ocorrer cargas lineares, correspondentes a paredes de alvenaria executadas sobre a laje. A carga linear é obtida a partir do peso específico da alvenaria, da espessura da parede e de sua altura:

- 1300 kgf/m³ → tijolos cerâmicos furados
- 1800 kgf/m³ → tijolos cerâmicos maciços
- 2100 kgf/m³ → bloco de concreto
- 550 kgf/m³ → bloco de concreto celular autoclavado (SICAL)

Espessura mínimas e cobrimentos mínimos das lajes

De acordo com a NBR 6118/2003, as espessuras das lajes devem respeitar os seguintes limites mínimos:

- 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30kN;
- 15cm para lajes com protensão.

Recomenda-se usar espessura mínima de 8 cm, para evitar o aparecimento de fissuras pela presença de eletrodutos ou caixas de distribuição embutidas na laje. Por esta razão, os valores mínimos de 5 cm e 7 cm não são aconselhados.

Para uma avaliação de altura útil (d) em nível de pré-dimensionamento das espessuras de uma laje retangular com bordas apoiadas ou engastadas, pode-se utilizar a seguinte expressão:

$$d = (2{,}5 - 0{,}1n)l/100$$

onde: n é o número de bordas engastadas e l é menor valor entre o menor vão (l_x) e 70% do maior vão ($0{,}7l_y$).

São especificados também os valores mínimos de cobrimento para armaduras das lajes, de acordo com a agressividade do meio em que se encontram. Esses valores são dados na tabela 16, extraída da NBR 6118/2003.

O valor de Δc que aparece nesta tabela é um acréscimo no valor do cobrimento mínimo das armaduras, sendo considerado como uma tolerância de execução. O cobrimento nominal é dado pelo cobrimento mínimo acrescido do valor da tolerância de execução Δc , que deve ser maior ou igual a 10 mm.

Tabela 16 – Cobrimento nominal para Δc = 10 mm

Tipo e Componente de Estrutura	Classe de agressividade ambiental (Tabela 1 da Norma)			
	I	II	III	IV**
	Cobrimento nominal (mm)			
Laje* de Concreto Armado	20	25	35	45

* Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete de madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos, e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelo item 7.4.7.5 (NBR 6118, 2001) respeitando um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

** Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

3.2. Reação das lajes (apoio em vigas, paredes, etc)

O cálculo das reações pode ser feito mediante o uso de tabelas (anexo B) baseadas no processo das áreas, fornecendo coeficientes adimensionais (r_x, r_{xe}, r_y, r_{ye}), a partir das condições de apoio e da relação l_x/l_y, com os quais se calculam as reações, dadas por:

$$R_x = 0{,}001 r_x p l_x \;\&\; R_y = 0{,}001 r_y p l_x$$

Para as lajes armadas em uma direção, as reações de apoio são calculadas a partir de considerações feitas na teoria das estruturas para uma viga faixa de largura equivalente a 1 metro. Como exemplo, podemos definir para uma laje com vão l_x, engastada em uma das extremidades e livre na outra, uma reação por metro, igual a $R = pl_x$, onde p é a carga total da laje.

3.3. Momentos Fletores

Os processos numéricos que envolvem o cálculo dos momentos fletores em lajes também podem ser utilizados através de tabelas semelhantes ao apresentado para as reações de apoio (anexo B) e os coeficientes tabelados (m_x, m_{xe}, m_y, m_{ye}, m_{xy}) são adimensionais; sendo os momentos fletores descritos por unidade de largura e dados pelas expressões:

$$M_x = 0{,}001 m_x p l_x^2 \;\&\; M_y = 0{,}001 m_y p l_x^2$$

$M_x \rightarrow$ momento fletor na direção do vão l_x

$M_y \rightarrow$ momento fletor na direção do vão l_y

Para as lajes armadas em uma direção, os momentos fletores são calculados a partir de considerações feitas na teoria das estruturas para uma viga faixa de largura equivalente a 1 metro. Como exemplo, podemos definir para uma laje com vão l_x, engastada em uma das extremidades e livre na outra, um momento fletor por metro, igual a $M = {pl_x^2}/{2}$, onde p é a carga total da laje.

Lajes adjacentes podem apresentar momentos fletores diferentes sendo, portanto necessária uma compatibilização de momentos fletores. No cálculo desses momentos, consideram-se os apoios internos como perfeitamente engastados, o que na realidade, pode não ocorrer.

Em um pavimento qualquer, as lajes adjacentes diferem nas condições de contorno, nos vãos teóricos ou nos carregamentos, resultando, no apoio comum, dois valores diferentes para o momento negativo (traciona a parte superior da laje). Esta situação está ilustrada na figura 51. Daí a necessidade de promover a compatibilização desses momentos.

Na compatibilização dos negativos, o critério usual consiste em adotar o maior valor entre a média dos dois momentos e 80% do maior. Esse critério apresenta razoável aproximação quando dois momentos são da mesma ordem de grandeza.

Em decorrência da compatibilização dos momentos negativos, os momentos positivos (traciona a parte inferior da laje), na mesma direção, devem ser analisados. Se essa correção tende a diminuir o valor do momento positivo ignora-se a redução a favor da segurança, como ocorre nas lajes L1 e L4 da figura 51.

Caso contrário, se houver acréscimo no valor do momento positivo, a correção deverá ser feita, somando-se ao valor deste momento fletor a média das variações

ocorridas nos momentos fletores negativos sobre os respectivos apoios, como no caso da laje L2 da figura 51.

Pode ocorrer da compatibilização acarretar diminuição do momento positivo, de um lado, e acréscimo, do outro. Neste caso, ignora-se a diminuição e considera-se somente o acréscimo, como no caso da laje L3 da figura 51.

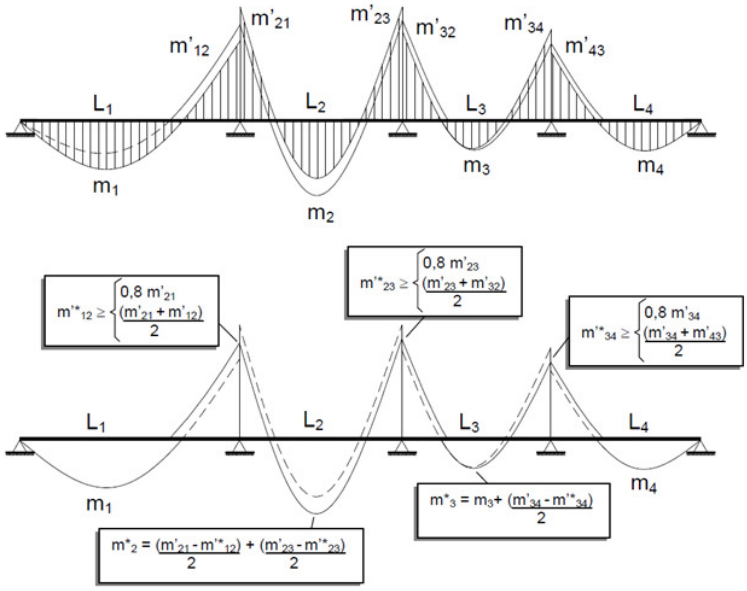


Figura 51 – Compatibilização de momentos fletores

Se um dos momentos negativos for muito menor do que o outro, por exemplo, $m'_{12} < 0{,}5m'_{21}$, um critério melhor consiste em considerar L1 engastada e armar o apoio para o momento m'_{12}, admitindo, no cálculo da L2, que ela esteja simplesmente apoiada nessa borda.

3.4. Flechas

Assim com as reações de apoio e os momentos fletores das lajes, as deformações verticais (flechas) no centro das peças, também são definidas através de coeficiente (w_c)por meio de tabelas:

$$W_c = 0{,}001 w_c \, pl_x^{\,4} / D \text{ ; onde } D = \frac{E_{cs} h^3}{12(1-\upsilon^2)}$$

Para as lajes armadas em uma direção, as flechas também são calculadas a partir de considerações feitas na teoria das estruturas para uma viga faixa de largura equivalente a 1 metro.

3.5. Lajes armadas em uma só direção

Como visto anteriormente, as lajes armadas em uma só direção são dimensionadas como se fossem vigas (viga faixa), e a vinculação é definida segundo o menor vão.

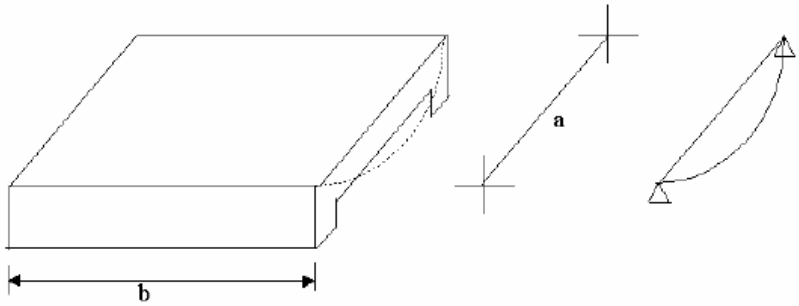


Figura 52 – Lajes armadas em uma só direção

Verificou-se ainda que, todos os casos são solucionados a partir da teoria das estruturas e da resistência dos materiais. Assim, segue abaixo os esquemas estruturais utilizados:

Tabela 17 – Momentos e reações em vigas

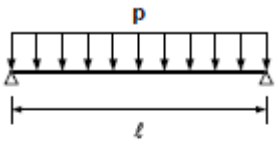
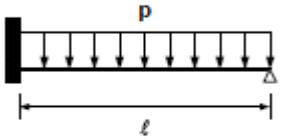
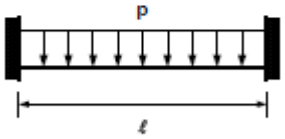
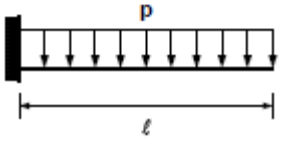
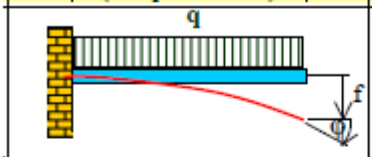
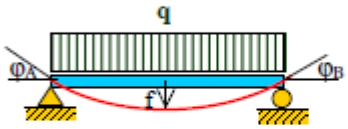
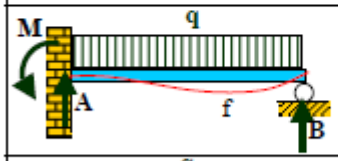
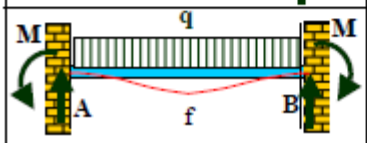
vinculação	regime elástico
	$m_V = p\ell^2/8$ $r = p\ell/2$
	$m_E = -p\ell^2/8$ $m_V = 9p\ell^2/128$ $r_E = p\ell/2 + \lvert M_E\rvert/\ell$ $r_A = p\ell/2 - \lvert M_E\rvert/\ell$
	$m_E = -p\ell^2/12$ $m_V = p\ell^2/24$ $r = p\ell/2$
	$m_E = -p\ell^2/2$ $r = p\ell$

Tabela 18 – Flechas e deflexões angulares em vigas

Carregamento e Vinculação (comprimento L)	Deflexão angular na extremidade + ↑	Flecha Máxima + ↑
	$\varphi = -qL^3 / 6EI$	$f = -qL^4 / 8\,EI$
	$\varphi_A = -qL^3 / 24\,EI$ $\varphi_B = +qL^3 / 24\,EI$	$f = -5qL^4 / 384\,EI$
	$A = (3/8)qL$ $B = (5/8)qL$ $M = qL^2/8$ $(M_{MAX})(+) = (9/128)qL^2$ $(M_{MAX})(-) = -qL^2/8$	$f = -qL^4 / 185\,EI$
	$A = B = (1/2)P$ $M = qL^2/12$ $(M_{MAX})(+) = +qL^2/24$ $(M_{MAX})(-) = -qL^2/12$	$f = -qL^4 / 384\,EI$

3.6. Dimensionamento das armaduras

O dimensionamento das armaduras das lajes deve ser feito para uma seção retangular de largura b_w = 100 cm e altura útil d = h – d' (conforme a classe de agressividade ambiental, que a laje se encontra exposta).

Para a face superior das lajes, que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos, e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas por um cobrimento nominal de 15 mm, não podendo ser inferior ao diâmetro das barras de armadura.

O dimensionamento da armadura à flexão simples deve ser feito pelas seguintes expressões de solicitações normais simples, visto no capítulo anterior. Porém, esta armadura deve atender aos valores mínimos indicados na tabela 19.

Tabela 19 – Valores mínimos para armaduras em lajes de concreto armado

Armadura	Armaduras negativas	Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	Armadura de distribuição nas lajes armadas em uma direção
Valores mínimos para armaduras	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq 0{,}67\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$A_s/s \geq 20\,\%$ da armadura principal $\rho_s \geq 0{,}5\,\rho_{min}$ $A_s/s \geq 0{,}9 cm^2/m$

A taxa de armadura é calculada $\rho_s = A_s/A_c$ e ρ_{min} deve corresponder a uma taxa mecânica de armadura mínima $\omega_{min} = \rho_{min} f_{yd}/f_{cd} = 0{,}035$, não podendo ser inferior a 0,15%.

Tabela 20 – Valores de ρ_{min} em % para o aço CA-50, γ_c=1,4 e γ_s=1,15

Forma da seção	Valores de ρ_{min}*(%)							
	f_{ck} / ω_{min}	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
* Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado com base no valor de ρ_{min} dado.								

NBR-6118/2003 apresenta, ainda, as seguintes prescrições gerais relativas às armaduras das lajes:

- As armaduras devem ser dispostas de forma que se possa garantir o seu posicionamento durante a concretagem.
- Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a h/8.
- As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual às 2h ou 20 cm.
- A armadura de distribuição, nas lajes armadas em uma só direção, deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de no máximo 33 cm (4 barras por metro).
- Armadura negativa

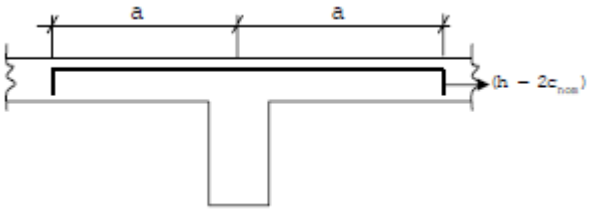


Figura 53 – Detalhe das armaduras negativas

$a \geq \begin{cases} \dfrac{l^*_x}{4} \\ l_b + 2h_{laje} \end{cases}$ onde l^*_x é o maior vão entre os menores vãos das lajes contíguas e l_b é o comprimento de ancoragem.

- Armadura perimetral

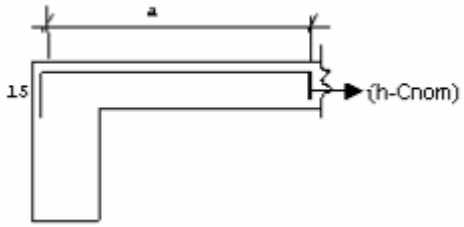


Figura 54 – Detalhe das armaduras perimetrais

$A_{spe}r = 0{,}1\% b_w h$

$$a \geq \begin{cases} \dfrac{l_x}{5} \\ l_b + 2h_{laje} \end{cases}$$

- As armaduras positivas se distribuem de face a face interna das vigas e vão de "ponta a ponta" de uma laje (descontando os cobrimentos). Assim a armadura cobre os momentos volventes e facilita a execução da armação. Um apoio com 15 cm para CA-50 e 20 cm para CA-60, de largura, é suficiente para que a barra da armadura positiva tenha ancoragem reta nesse apoio. Para apoio externo com a largura inferior aos limites dados acima, deve-se ancorar as barras com ganchos de 12∅, na extremidade. Já para apoio interno com a largura inferior aos limites dados acima, deve-se ancorar as barras com um comprimento mínimo de 15 cm ou maior que 10∅ da face da viga. Se a laje for apoiada em vigas invertidas, as armaduras positivas da laje devem passar por cima das armaduras positivas da viga.

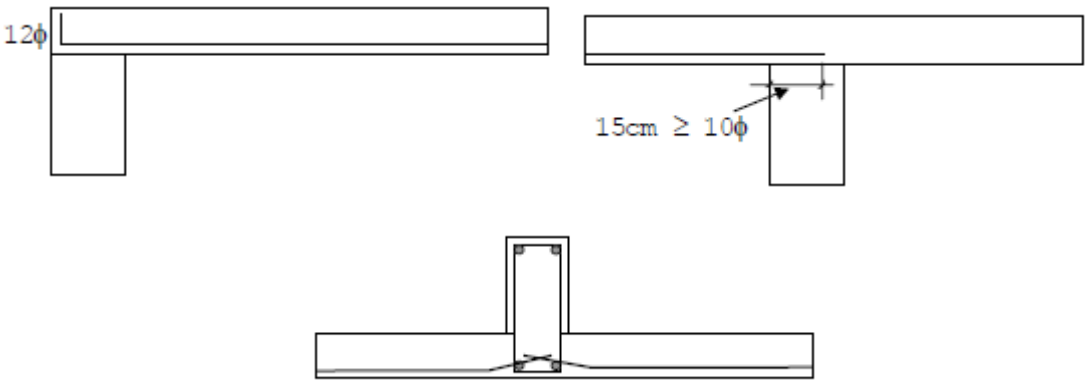


Figura 55 – Detalhes das armaduras positivas

- Bordas livres e aberturas – devem ser respeitadas as prescrições mínimas contidas na figura 56.

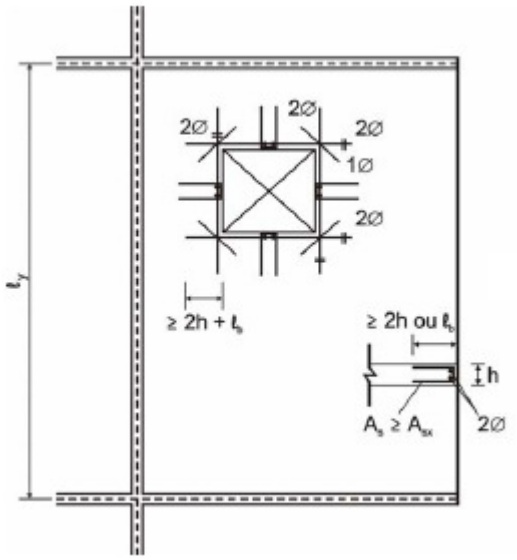


Figura 56 – Detalhes de armação em bordas livres e aberturas

- As armaduras das lajes em balanço possuem o comprimento reto igual ou maior a duas vezes o balanço, ou seja, o comprimento ancorado é igual ao comprimento do balanço (ver figura 57). Porém, podemos intercalar as barras conforme mostrado na mesma figura 57.

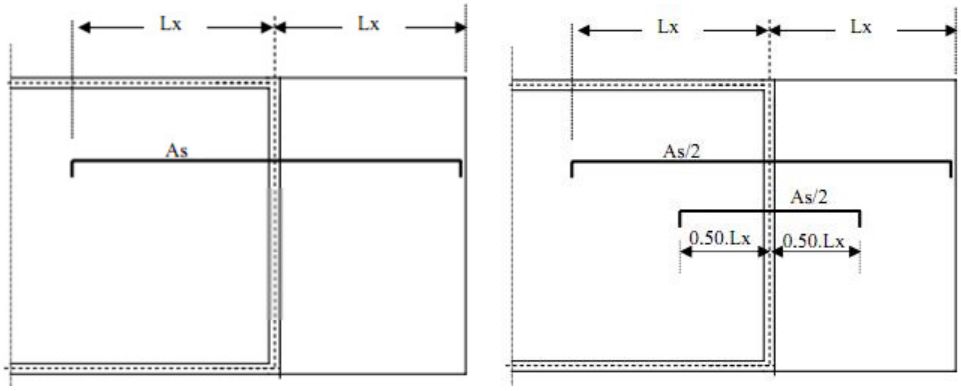


Figura 57 – Lajes em balanço

- Nos cantos de lajes retangulares, formados por duas bordas simplesmente apoiadas, há uma tendência ao levantamento provocado pela atuação de momentos volventes (momentos torçores).

Quando não for calculada armadura específica para resistir a esses momentos, deve ser disposta uma armadura especial, denominada *armadura de canto*, indicada na figura 58.

A armadura de canto deve ser composta por barras superiores paralelas à bissetriz do ângulo do canto e barras inferiores a ela perpendiculares. Tanto a armadura

superior quanto a inferior deve ter área de seção transversal, pelo menos, igual à metade da área da armadura no centro da laje, na direção mais armada.

As barras deverão se estender até a distância igual a 1/5 do menor vão da laje, medida a partir das faces dos apoios. A armadura inferior pode ser substituída por uma malha composta por duas armaduras perpendiculares, conforme indicado na figura 58.

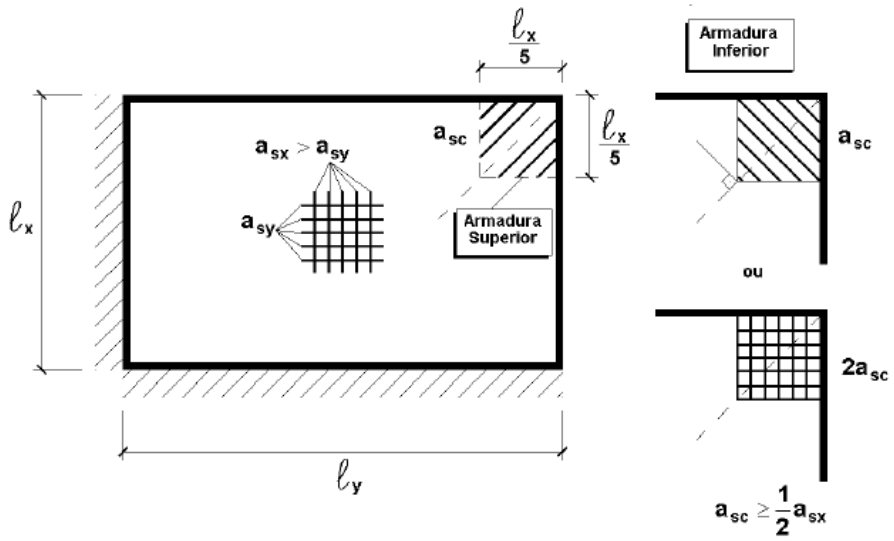


Figura 58 – Armadura de canto

4. VIGAS

4.1. Introdução

Segundo o texto da NBR 6118/2003, vigas são "elementos lineares em que a flexão é preponderante". Portanto, os esforços predominantes são: momento fletor e força cortante.

Nos edifícios, em geral, as vigas servem de apoio para lajes e paredes, conduzindo suas cargas até os pilares.

4.2. Dados Iniciais

O primeiro passo para o projeto das vigas consiste em identificar os dados iniciais. Entre eles incluem-se:

- classes do concreto e do aço e o cobrimento;
- forma estrutural do tabuleiro, com as dimensões preliminares em planta;
- reações de apoio das lajes;
- cargas das paredes por metro linear;
- dimensões das seções transversais das vigas, obtidas num pré-dimensionamento.

Em seguida, devem ser considerados: esquema estático, vãos e dimensões da seção transversal.

Assim como nas lajes o vão teórico das vigas é dado por $l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$

com a_1 igual ao menor valor entre ($t_1/2$ e 0,3h) e a_2 igual ao menor valor entre ($t_2/2$ e 0,3h), conforme a figura 49. No entanto, também é usual considerar os vãos teóricos até os eixos dos apoios.

4.3. Pré-dimensionamento

As vigas não devem apresentar largura menor que 12 cm. Esse limite pode ser reduzido, respeitando-se um mínimo absoluto de 10 cm em casos excepcionais, sendo obrigatoriamente respeitadas as seguintes condições:

- alojamento das armaduras e suas interferências com as armaduras de outros elementos estruturais, respeitando os espaçamentos e coberturas estabelecidos na norma;
- lançamento e vibração do concreto de acordo com a NBR 14931

Sempre que possível, a largura das vigas deve ser adotada de maneira que elas fiquem embutidas nas paredes.

Porém, nos casos de grandes vãos ou de tramos muito carregados, pode ser necessário adotar larguras maiores. Nesses casos, procura-se atenuar o impacto na arquitetura do edifício.

Uma estimativa grosseira para a altura das vigas é dada por: $h_{est} = l_0/10$

As vigas não podem invadir os espaços de portas e de janelas. Considera-se a abertura de portas com 2,20m de altura.

Para simplificar o cimbramento, procura-se padronizar as alturas das vigas. Não é usual adotar mais que duas alturas diferentes. Tal procedimento pode, eventualmente, gerar a necessidade de armadura dupla, em alguns trechos.

Os tramos mais carregados, e principalmente os de maiores vãos, devem ter suas flechas verificadas posteriormente.

4.4. Ações

Em geral, as cargas nas vigas são: peso próprio, reações de apoio das lajes e peso de paredes. Eventualmente, as vigas podem receber cargas de outras vigas.

As vigas podem, também, receber cargas de pilares, nos casos de vigas de transição ou em vigas de fundação.

Com exceção das cargas provenientes de outras vigas ou de pilares, que são concentradas, as demais podem ser admitidas uniformemente distribuídas.

Peso próprio

Na avaliação do peso próprio de peças de concreto armado, pode ser considerada a massa específica de 2500 kgf/m³.

Reações das lajes

No cálculo das reações das lajes e de outras vigas, é recomendável discriminar as parcelas referentes às ações permanentes e às ações variáveis, para que se possam estabelecer as combinações das ações, inclusive nas verificações de fissuração e de flechas.

Peso de paredes

Na consideração do peso das paredes, em geral nenhum desconto é feito para vãos de portas e de janelas de pequenas dimensões. Essa redução pode ser feita quando a área de portas e janelas for maior do que 1/3 da área total, devendo-se, nesse caso, incluir o peso dos caixilhos, vidros etc.

4.5. Esforços

Nas estruturas usuais de edifícios, para o estudo das cargas verticais, as vigas podem ser admitidas simplesmente apoiadas nos pilares, observando-se a necessidade de algumas correções.

Se a carga variável for no máximo igual a 20% da carga total, a análise estrutural pode ser realizada sem a consideração da alternância de cargas.

Correções adicionais para vigas simplesmente apoiadas nos pilares

No cálculo em que as vigas são admitidas simplesmente apoiadas nos pilares, deve ser observada a necessidade das seguintes correções adicionais:

- não devem ser considerados momentos positivos menores que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito da viga nos apoios internos;
- quando a viga for solidária com o pilar intermediário e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado momento negativo de valor absoluto menor do que o de engastamento perfeito nesse apoio;
- quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade dos pilares com a viga, deve ser considerado, nos apoios externos, momento fletor igual ao momento de engastamento perfeito (M_{eng}) multiplicado pelos coeficientes estabelecidos nas seguintes relações:

- na viga: $\dfrac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{viga} + r_{inf} + r_{sup}}$

$$M_{viga} = M_{eng} \frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{viga} + r_{inf} + r_{sup}}$$

- no tramo superior do pilar: $\dfrac{r_{sup}}{r_{viga} + r_{inf} + r_{sup}}$

- no tramo inferior do pilar: $\dfrac{r_{inf}}{r_{viga} + r_{inf} + r_{sup}}$

sendo: $r_i = \dfrac{I_i}{l_i}$ onde ri é a rigidez do elemento i no nó considerado, avaliada conforme indicado na figura 59.

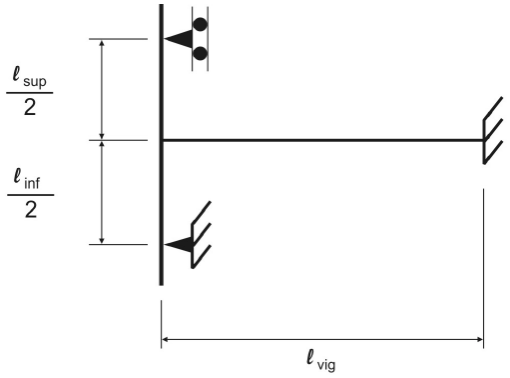


Figura 59 – Aproximação em apoios extremos

Carga acidental maior que 20% da carga total

No cálculo de uma viga contínua com carga uniforme, para se determinar a combinação de carregamento mais desfavorável para uma determinada seção, deve-se considerar, em cada tramo, que a carga variável atue com valor integral ou com valor nulo.

Na verdade, devem ser consideradas pelo menos três combinações de carregamento: (a) todos os tramos totalmente carregados, (b) tramos alternados totalmente carregados ou com valor nulo da carga variável e (c) idem, alterando a ordem dos carregamentos, isto é, os tramos totalmente carregados passam a ter carga variável nula e vice-versa. Essas três situações devem ser consideradas quando a carga variável é maior que 20% da carga total.

Mesmo assim, é prática comum no projeto de edifícios usuais considerar apenas a primeira das três combinações citadas. Esse procedimento em geral não compromete a segurança, dada a pequena magnitude das cargas variáveis nesses edifícios, em relação à carga total.

4.6. Verificações

Para verificar o desempenho de uma viga solicitada aos esforços normais, é necessário verificar se a seção transversal é suficiente para resistir aos esforços de flexão e de cisalhamento. O primeiro esforço deles foi estudado no capítulo 2, de maneira mais ampla, e apenas para o caso específico de uma seção retangular; já o segundo tipo de solicitação fará parte do escopo do capítulo 6, que veremos adiante.

Conforme visto anteriormente, temos para uma seção retangular as seguintes expressões de dimensionamento à flexão:

$$k = \frac{M_d}{f_c \times b_w \times d^2} \Rightarrow \begin{cases} k \le k_L \rightarrow k' = k \Leftrightarrow \textit{Armação simples} \\ k > k_L \rightarrow k' = k_L \Leftrightarrow \textit{Armação dupla} \end{cases}$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \Rightarrow \begin{cases} A_{s1} = \dfrac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times (1 - \sqrt{1 - 2k'}) \\ A_{s2} = \dfrac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times \dfrac{(k - k')}{(1 - \dfrac{d'}{d})} \end{cases}$$

$$A'_s = \frac{A_{s2}}{\phi}$$

- $f_{ck} \le 35$ MPa $\Leftrightarrow k_L = 0{,}320$
- $f_{ck} > 35$ MPa $\Leftrightarrow k_L = 0{,}269$

4.7. Seção T ou L à flexão simples

Nas estruturas de concreto armado são muito freqüentes as seções em T ou L, uma vez que as nervuras das vigas são normalmente solidárias às lajes, que colaboram na resistência à compressão, conforme mostrado na figura 60.

É necessário salientar que uma viga de concreto armado com seção geométrica em T ou L, isto é, composta de uma nervura e uma mesa, somente pode ser considerada como tal no cálculo, quando a mesa estiver comprimida; caso contrário a seção se comportará como retangular de largura b_w.

Por outro lado, caso a profundidade da linha neutra, considerando-se o diagrama retangular simplificado, seja menor ou igual à altura da mesa ($y \le h_f$), a seção será tratada como retangular, de largura b_f.

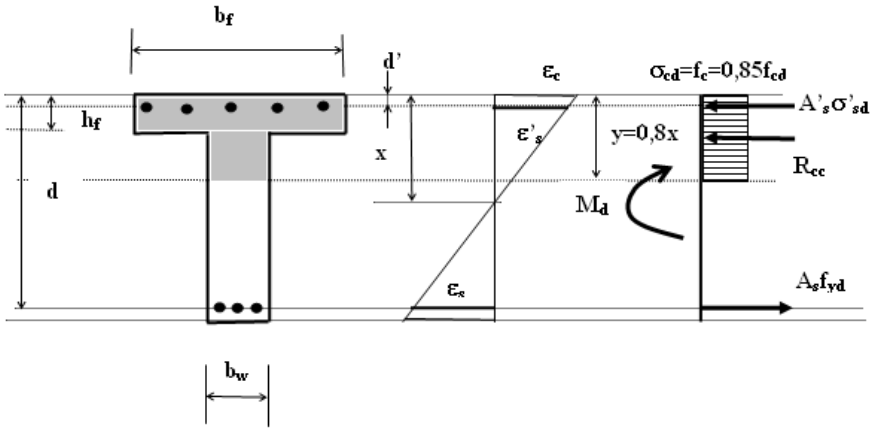


Figura 60 – Seção T submetida à flexão simples

Para o cálculo de uma viga de seção T, deve-se inicialmente determinar uma largura que contribui para resistir ao esforço solicitante. Esta largura de contribuição da mesa, b_f, mostrada na figura a seguir.

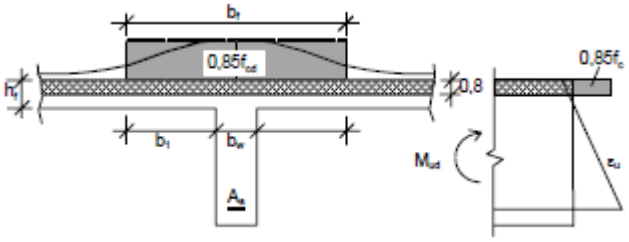


Figura 61 – Viga T

Onde:

$$b_1 \leq \begin{cases} 8h_f\,(6h_f \;\; para\ laje\ em\ balanço) \\ a/10 \\ b_2/2 \end{cases}$$

$$\text{onde } a = \begin{cases} l\ em\ viga\ isostática \\ 0{,}75l\ em\ vão\ extremo\ de\ viga\ contínua \\ 0{,}6l\ em\ vão\ \text{int}erno\ de\ viga\ contínu \\ 2l\ em\ viga\ em\ balanço \end{cases}$$

sendo l o vão correspondente da viga.

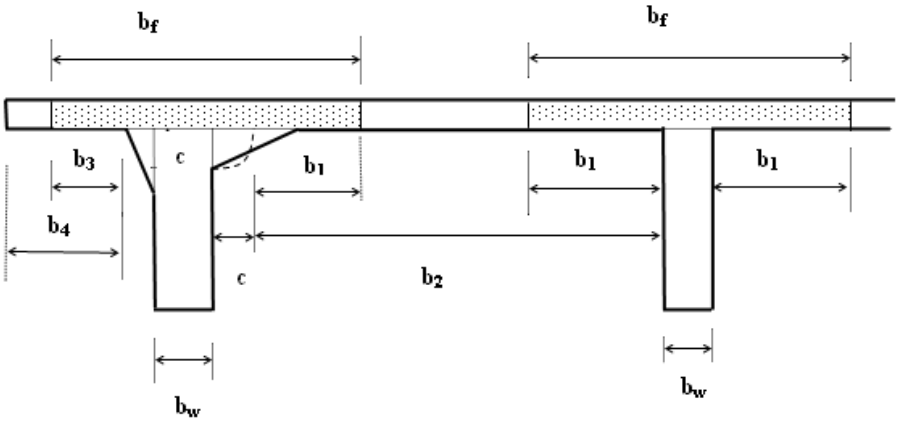


Figura 62 – Mesa colaborante

A partir daí o problema se resume em adicionar a parcela resistente das abas da mesa comprimida ao momento resistente total, visto no capítulo 2 e representado na figura 63.

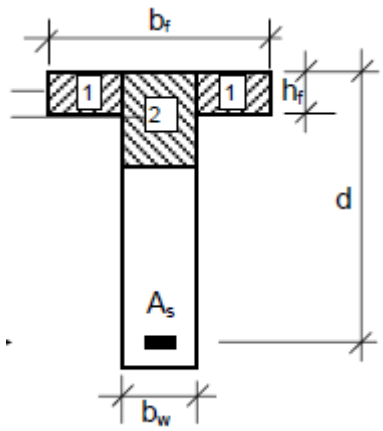


Figura 63 – Acréscimo de resistência com a consideração das abas da mesa comprimida

Assim, temos como dimensionamento:

$$k = \frac{M_d}{f_c \times b_w \times d^2} - \left(\frac{b_f}{b_w} - 1\right)\frac{h_f}{d}\left(1 - \frac{h_f}{2d}\right) \Rightarrow \begin{cases} k \le k_L \rightarrow k' = k \Leftrightarrow Armação\ simples \\ k \le 0 \Leftrightarrow Seção\ re\tan gular\ b_f \times h \\ k > k_L \rightarrow k' = k_L \Leftrightarrow Armação\ dupla \end{cases}$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \Rightarrow \begin{cases} A_{s1} = \dfrac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times \left[(1 - \sqrt{1 - 2k'}) + \left(\dfrac{b_f}{b_w} - 1\right)\dfrac{h_f}{d} \right] \\ A_{s2} = \dfrac{f_c \times b_w \times d}{f_{yd}} \times \dfrac{(k - k')}{(1 - \dfrac{d'}{d})} \end{cases}$$

$$A'_s = \frac{A_{s2}}{\phi}$$

- $f_{ck} \le 35$ MPa $\Leftrightarrow$ $k_L = 0{,}320$
- $f_{ck} > 35$ MPa $\Leftrightarrow$ $k_L = 0{,}269$

4.8. Detalhamento – prescrições normativas

Armadura Mínima

Conforme a NBR 6118, a armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela seguinte expressão:

$$M_{d,min} = 0{,}8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} = 0{,}8 \cdot W_0 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot (f_{ck})^{2/3} = 0{,}312\ W_0\ (f_{ck})^{2/3}$$

onde:

- W_0 é o modulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;
- f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto em MPa.

O dimensionamento para $M_{d,min}$ deve ser considerado atendido se forem respeitadas as taxas de armadura da tabela 21.

Tabela 21 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de ρ_{min}[1] = ($A_{s,min}$ / A_c) - %							
	f_{ck} / ω_{min}	20 MPa	25 MPa	30 MPa	35 MPa	40 MPa	45 MPa	50 MPa
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T – (Mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T – (Mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

[1] Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço **CA-50**, γ_c=**1,4** e γ_s=**1,15**. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser calculado com base no valor de ω_{min} dado.
NOTA –Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

A taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão para vigas, ω_{min}, que aparece na tabela 21, é dada por:

$$\omega_{\min} = \frac{A_{s,\min} f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \rho_{\min} \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

Assim pode-se obter ρ_{min} a partir do valor dado de ω_{min}:

$$\rho_{\min} = \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \omega_{\min}$$

Armadura de pele (costela)

A mínima armadura lateral deve ser 0,10% $A_{c,alma}$ em cada face da alma da viga e composta por barras de alta aderência ($\eta_1 \geq 2,25$) com espaçamento não maior que 20 cm ou d/3; além disso toda armadura de pele, tracionada, deve manter um espaçamento menor ou igual a 15ϕ.

Em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm, pode ser dispensada a utilização dessa armadura.

Armaduras de tração e compressão

A soma das armaduras de tração e de compressão ($A_s + A'_s$) não deve ter valor maior que 4%A_c, calculada na região fora da zona de emendas.

Distribuição transversal das armaduras longitudinais

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

a) na direção horizontal (a_h)

- 20 mm;
- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
- 1,2 vez o diâmetro máximo do agregado;

b) na direção vertical (a_v)

- 20 mm
- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
- 0,5 vez o diâmetro máximo do agregado.

Na figura 64 estão representados a_h e a_v. Assim, podemos obter a largura útil ($b_{útil}$) da viga:

$$b_{útil} = b_w - 2(c + \phi_{transv})$$

onde:

c é o cobrimento nominal da armadura

ϕ_{transv} é o diâmetro da armadura transversal (estribo)

O número máximo de barras longitudinais com diâmetro ϕ_{long} que cabem em uma mesma camada, atendendo ao espaçamento horizontal a_h especificado acima, fica:

$$n_{barras/camada} \leq \frac{b_{util} + a_h}{a_h + \phi_{long}}$$

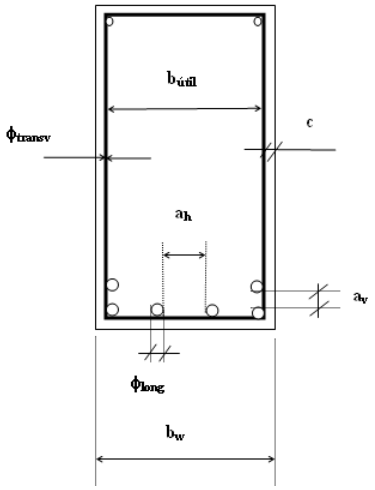


Figura 64 – Distribuição transversal das armaduras

Armaduras de ligação mesa-alma ou talão-alma

Segundo a NBR 6118/2003, os planos de ligação entre mesas e almas, ou talões e alma, devem ser verificados com relação aos efeitos tangenciais decorrentes das variações de tensões normais ao longo do comprimento da viga, tanto sob o aspecto de resistência do concreto, quanto das armaduras necessária para resistir às trações decorrentes desses efeitos. As armaduras de flexão da laje, existentes no plano de ligação, podem ser consideradas como parte da armadura de ligação, complementando-se a diferença entre ambas, se necessário. A seção transversal mínima dessa armadura, estendendo-se por toda a largura útil e ancorada na alma, deve ser de 1,5 cm^2 por metro.

Armadura de suspensão

Nas proximidades de cargas concentradas transmitidas à viga por outras vigas ou elementos discretos que nela se apóiem ao longo ou em parte de sua altura, ou fiquem nela penduradas, deve ser colocada armadura de suspensão.

A figura 65 representa uma situação de necessidade dessa armadura, onde uma viga de altura h se apóia em outra viga de altura h_a, menor do que a primeira. Logo a reação total de uma sobre a outra é $Z_d = R_d$.

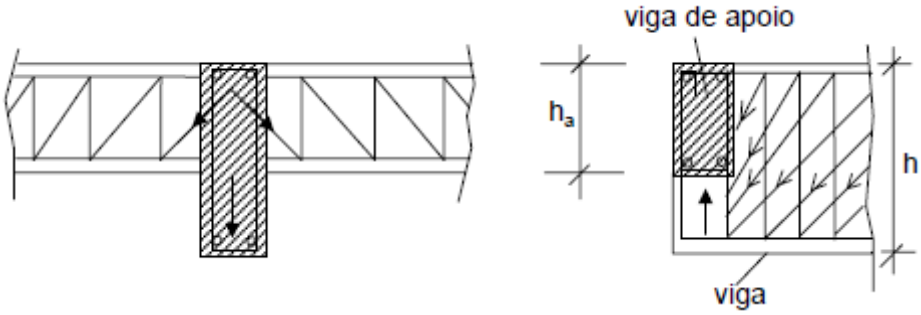


Figura 65 – Viga de grande altura apoiada sobre uma viga de altura menor

Sendo R_d a reação de apoio, a força de suspensão pode ser estimada em:

$$Z_d = R_d(h/h_a) \leq R_d$$

onde:

h = altura da viga apoiada

h_a = altura da viga de apoio.

A armadura de suspensão será dada por:

$$A_{susp} = Z_d / f_{yd}$$

A armadura de suspensão A_{susp} pode ser distribuída na zona de suspensão, junto ao cruzamento das vigas, conforme a figura 66.

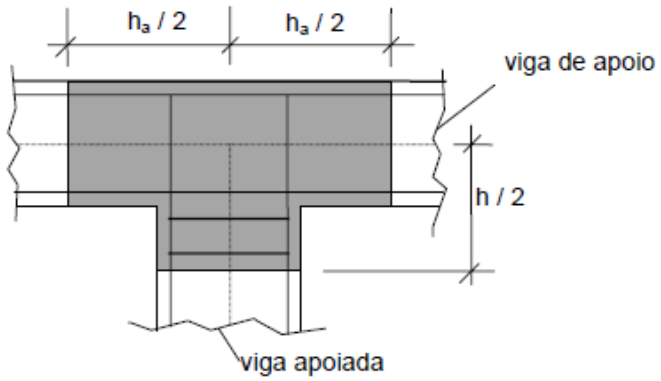


Figura 66 – Zona de suspensão

Deve-se observar que a zona de suspensão já contém alguns estribos normais das vigas. Estes estribos podem ser contados na armadura de suspensão.

5. FISSURAÇÃO

5.1. Introdução

A fissuração é um fenômeno inevitável no concreto e um dos fatores que mais influenciam no comportamento das peças estruturais, tendo em vista que pode comprometer a utilização (necessidade funcional da estrutura), a durabilidade e a estética das mesmas. As fissuras ocorrem basicamente nas zonas submetidas a esforços de tração, devido à baixa resistência do concreto a esse tipo de solicitação.

Existem basicamente três razões para se controlar a fissuração: a durabilidade (corrosão da armadura), a aparência e a estanqueidade a líquidos e gases.

A corrosão da armadura está geralmente associada a três mecanismos que desencadeiam o processo corrosivo: a carbonatação, a presença de cloretos ou a ruptura do concreto por esforços mecânicos. Além disso, a espessura, a porosidade e o cobrimento do concreto são parâmetros importantes nesse processo.

Melhorar a qualidade do concreto e controlar a abertura das fissuras são fatores importantes para o controle da fissuração. Portanto, é necessário especificar o valor limite da abertura da fissura de acordo com a agressividade do meio ambiente.

As aberturas da fissuras com valores abaixo de 0,3 mm geralmente não causam inquietação às pessoas. Obviamente, a aparência tolerável da abertura da fissura é muito subjetiva e depende de vários fatores, tais como a distância entre o observador e a fissura, a iluminação e as condições da superfície.

A necessidade da estanqueidade depende da natureza do gás ou do líquido que será retido pela estrutura. Teoricamente é possível especificar e contar com uma estrutura sem fissuras visíveis. Isto é mais coerente, no entanto, quando se especifica um limite para a abertura da fissura. Pesquisas e experiências têm mostrado que estruturas para retenção de água podem ter fissuras com aberturas de até 0,1 a 0,2mm. Assim uma fissura, mesmo quando atravessa totalmente a espessura da parede, pode permitir a penetração de umidade após a ocorrência da primeira fissura; mas o estancamento do vazamento ocorre em poucos dias (denomina-se colmatação).

A NBR 6118/2003 considera que a fissuração é nociva quando a abertura das fissuras na superfície do concreto ultrapassa os seguintes valores (tabela 22).

Tabela 22 - Limite de abertura de fissuras (NBR 6118/2003)

TIPO DE CONCRETO ESTRUTURAL	CLASSE DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL (CAA)	EXIGÊNCIAS RELATIVAS À FISSURAÇÃO	COMBINAÇÕES DE AÇÕES EM SERVIÇO A UTILIZAR
CONCRETO SIMPLES	CAA I a CAA IV	NÃO HÁ	-
CONCRETO ARMADO	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4mm$	COMBINAÇÃO
	CAA II a CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3mm$	FREQUENTE
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2mm$	

ELS-W: Estado Limite de Serviço de abertura de fissuras
Ver tabela 9 sobre as classes de agressividade ambiental

As fissuras podem ser classificadas em dois grupos conforme elas sejam ou não produzidas pela ação de cargas. As fissuras não produzidas por cargas são devidas ao abatimento do concreto ainda plástico, devidas a alterações volumétricas (retração e efeitos térmicos), desde que a peça esteja restrita; e devidas à corrosão das armaduras. Por outro lado, as fissuras que ocorrem devido aos esforços mecânicos são basicamente decorrentes de tensões de tração devidos aos esforços de tração propriamente dita (pura), de flexão, de cisalhamento ou de torção.

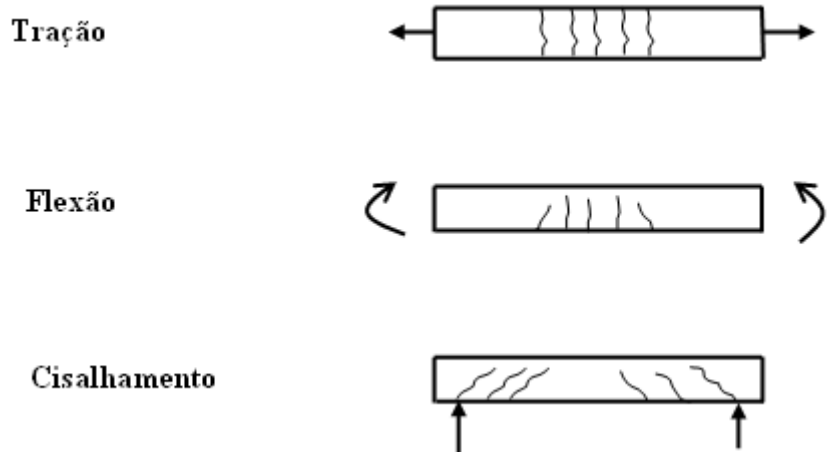


Figura 67 – Representação das fissuras a partir de 3 tipos de esforços solicitantes

5.2. Recomendações para evitar as fissuras

Como citado anteriormente não podemos acabar totalmente com as fissuras nas construções, mas podemos amenizá-las, por isso apresentam-se algumas recomendações:

Cobrimento Mínimo

O cobrimento de concreto é na realidade uma proteção à armadura. Se assim raciocinarmos, veremos que a qualidade dessa proteção depende da espessura, e que em princípio, quanto maior a espessura do cobrimento, maior a proteção, fixadas as demais variáveis. Isso tem uma limitação na ordem de 60 mm, pois, espessuras maiores que essas têm forte tendência a fissuração por outros mecanismos, tais como a retração por

secagem e movimentação térmica. É evidente que aumentar o cobrimento implica aumentar o custo da estrutura.

Armadura de pele

As normas recomendam uma armadura de pele longitudinal mínima (0,10% $A_{c,alma}$) para reduzir a fissuração das vigas (fissuras na alma), conforme visto no capítulo anterior.

Armadura Mínima

A armadura mínima visa à prevenção de situações em que a seção transversal de concreto é muito superior aquela que seria teoricamente necessária. Vigas, submetidas às cargas de serviço, cuja situação de trabalho pode ainda não ter provocado fissuração, leva em consideração que a tensão máxima na região tracionada não atinge o valor característico da resistência à tração f_{ct} ($f_{ctk,sup}$). Para evitar que o concreto seja fissurado, tendo uma ruptura brusca do concreto tracionado, devido a um excesso de carga, torna-se necessária uma armadura de tração $A_{s,mim}$ que seja suficientemente capaz de assegurar à viga uma resistência à flexão, com o concreto já fissurado, pelo menos igual aquela que possuía no concreto sem fissuras.

A armadura mínima de tração deve ser determinada pelo dimensionamento ao momento mínimo ($M_{d,min}$), bem como sua taxa mínima (ω_{min}) conforme visto no capítulo anterior.

5.3. Estado limite de fissuração

Controle da fissuração através da limitação da abertura estimada das fissuras

O valor da abertura das fissuras pode sofrer a influência de restrições às variações volumétricas da estrutura, difíceis de serem consideradas nessa avaliação de forma suficientemente precisa. Além disso, essa abertura sofre também a influência das condições de execução da estrutura.

Por essas razões, os critérios apresentados a seguir devem ser encarados como avaliações aceitáveis do comportamento geral do elemento, mas não garantem avaliação precisa da abertura de uma fissura específica.

Para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passiva e ativa aderente (excluindo-se os cabos protendidos que estejam dentro das bainhas), que controlam a fissuração do elemento estrutural, deve ser considerada uma área A_{cr} do concreto de envolvimento, formada por um retângulo cujos lados não distam mais de 7,5ϕ do eixo do elemento da armadura (ver figura 68).

A grandeza da abertura de fissuras, *w*, determinada para cada parte da região de envolvimento, é a menor entre as seguintes expressões:

$$w = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_i}\frac{\sigma_{si}}{E_{si}}\frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}}\;;\; w = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_i}\frac{\sigma_{si}}{E_{si}}\left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45\right)$$

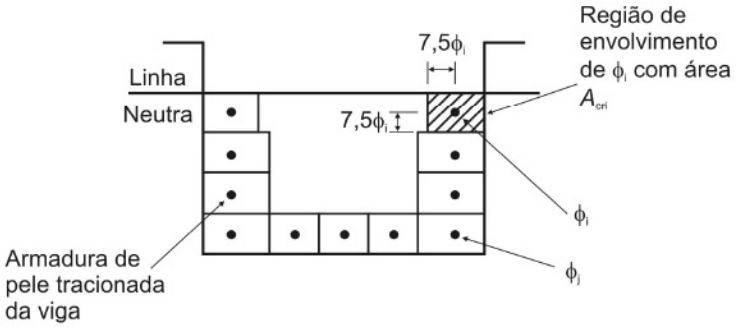


Figura 68 – Concreto de envolvimento da armadura

onde:

- ϕ_i, σ_{si}, E_{si}, ρ_{ri} são definidos para cada área de envolvimento em exame;
- A_{cri} é a área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i;
- E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro ϕ_i;
- ϕ_i é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;
- ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não seja dentro da bainha) em relação à área da região de envolvimento A_{cri};
- σ_{si} é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estádio II;
- η_1 é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada (valores apresentados na tabela 23).
- f_{ctm} é o valor da resistência média ou característica do concreto à tração ($f_{ctm} = 0{,}3f_{ck}^{(2/3)}$)

Tabela 23 – Coeficientes de conformação superficial

Tipo de barra	Coeficiente de conformação superficial	
	η_b	η_1
Lisa (CA-25)	1,0	1,0
Entalhada (CA-60)	1,2	1,4
Alta aderência (CA-50)	≥ 1,5	2,25

Cálculo da tensão σ_{si} de forma aproximada

A tensão σ_{si} deve ser calculada no estádio II, ou seja, o diagrama de tensões de compressão no concreto linear, desprezando-se as tensões de tração. Uma maneira de se obter de forma simples e aproximada essa tensão é segundo Tepedino (1983):

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yd}}{\gamma_f}\frac{A_{s,calc}}{A_{s,real}}$$

onde f_{yd} é a tensão de cálculo ao escoamento da armadura, $A_{s,cal}$ e $A_{s,real}$ são respectivamente, a armadura de tração calculada e a armadura de tração colocada (real) na seção transversal que se está verificando a fissuração. O coeficiente γ_f de ponderação das ações pode ser obtido de forma aproximada (combinação freqüente, obra residencial ψ_1=0,4) como:

$$\gamma_f = \frac{S_d}{S_{serv}} = \frac{1{,}4S_{gk} + 1{,}4S_{qk}}{S_{gk} + \Psi_1 S_{qk1}} = \frac{1{,}4(S_{gk} + S_{qk})}{S_{gk} + 0{,}4S_{qk1}} = \frac{1{,}4S}{0{,}7S + 0{,}4\times 0{,}3S} = \frac{1{,}4S}{0{,}82S} \cong 1{,}7$$

A área total interessada na fissuração A_{cr} pode ser obtida pelo somatório das áreas de envolvimento A_{cri} de cada barra tracionada e, portanto a taxa total ρ_r pode também ser dada como o somatório das taxas da armadura ρ_{ri} envolvida em cada área A_{cri}.

Assim:

$$A_{cr} = \sum A_{cri}$$

Para seção retangular comum, pode-se tomar $A_{cr} = b_w$ (cobrimento + $\varnothing_{estribo}$ + $0{,}5\varnothing_{barra_longitudinal}$ + $7{,}5\varnothing_{barra_longitudinal}$).

$$\rho_r = \sum \rho_{ri} = A_{s,real}/A_{cr}$$

Analogamente:

$$\rho_{r,cal} = A_{s,calc}/A_{cr}$$

Como conseqüência a equação de σ_{si} pode ser reescrita:

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yd}}{\gamma_f}\frac{\rho_{r,calc}}{\rho_r}$$

Levando-se a equação acima nas expressões das aberturas estimadas de fissuras *w*, e substituindo *w* por w_k (aberturas limites de fissuras), obtêm-se duas novas equações onde a única incógnita será a relação ($\rho_{r,calc}/\rho_r$), ou inversamente ($\rho_r/\rho_{r,calc}$) = (A_s /$A_{s,calc}$). Como para calcular a abertura estimada, adota-se o menor valor de *w*, agora para atender a fissuração para o valor limite w_k, será adotada a menor relação ($A_s/A_{s,calc}$), lembrando-se que em nenhuma hipótese essa relação poderá ser menor que 1.

Assim:

$$w = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_i}\frac{\frac{f_{yd}}{\gamma_f}\frac{\rho_{r,calc}}{\rho_r}}{E_{si}}\frac{3\left(\frac{f_{yd}}{\gamma_f}\frac{\rho_{r,calc}}{\rho_r}\right)}{f_{ctm}};\ w = \frac{\phi_i}{12{,}5\eta_i}\frac{\frac{f_{yd}}{\gamma_f}\frac{\rho_{r,calc}}{\rho_r}}{E_{si}}\left(\frac{4}{\rho_{ri}}+45\right)$$

Reescrevendo-se a primeira equação acima para ($\rho_r/\rho_{r,calc}$) = ($A_s/A_{s,calc}$) e fazendo-se conforme Tepedino (1983), temos:

$$a_w = \frac{\phi_i f_{yd}}{12{,}5\eta_i \gamma_f E_{si} w_k}$$

tem-se:

$$1 = \frac{3a_w f_{yd}}{\gamma_f f_{ctm}}\left(\frac{A_{s,calc}}{A_s}\right)^2$$

Portanto a primeira relação entre as áreas real fica:

$$\frac{A_s}{A_{s,calc}} = \sqrt{\frac{3a_w f_{yd}}{\gamma_f f_{ctm}}} \geq 1$$

Analogamente à primeira equação, reescrevendo-se a segunda equação de *w* em função de a_w, obtém-se:

$$1 = a_w\frac{\rho_{r,calc}}{\rho_r}\left(\frac{4}{\rho_r}+45\right) = a_w\frac{\rho_{r,calc}}{\rho_r{}^2}\left(4+45\rho_r\right)$$

Resolvendo-se a equação acima do segundo grau em função de ρ_r, obtém-se o valor possível para ρ_r:

$$\rho_r = 22{,}5a_w\rho_{r,calc} + \sqrt{\left(22{,}5a_w\rho_{r,calc}\right)^2 + 4a_w\rho_{r,calc}}$$

ou

$$\frac{\rho_r}{\rho_{r,calc}} = \frac{A_s}{A_{s,calc}} = 22{,}5a_w + \sqrt{(22{,}5a_w)^2 + \frac{4a_w}{\rho_{r,calc}}} \geq 1$$

Para atender a fissuração deve-se adotar a menor relação obtida nas equações de $A_s/A_{s,calc}$. Caso uma delas inicialmente dê um número menor que 1, significa que a armadura já calculada à flexão $A_{s,calc}$, atende à fissuração e portanto naturalmente não precisa achar a outra relação. Não se pode adotar uma relação menor que 1, o que significaria usar uma armadura inferior àquela calculada à flexão, atendendo aos requisitos do estado limite último.

Particularizando a verificação da fissuração para aço CA-50, o valor de a_w dado na equação fica:

$$a_w = 7{,}361\times10^{-5}\,\frac{\phi_i}{\gamma_f w_k}$$

As equações de ρ_r e $\rho_r/\rho_{r,calc}$ são as mesmas da formulação de Tepedino (1983), com o valor de a_w atualizado pelas novas prescrições da NBR 6118/2003.

Cálculo da tensão σ_{si} no Estádio II

A tensão de serviço σ_{si}, foi calculada no item anterior com o valor aproximado dado por Tepedino (1983). Essa tensão será calculada agora, segundo a NBR 6118/2003, ou seja, no estádio II. Para isso seja a figura 69, onde uma seção transversal está apresentada com sua armadura de compressão A'_s e de tração A_s, assim como a profundidade da linha neutra no estádio II, x_{II}.

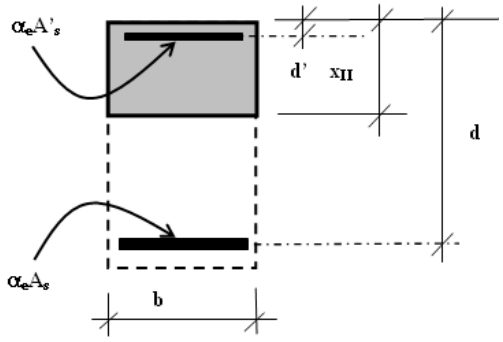


Figura 69 – Seção fissurada (estádio II)

Da resistência dos materiais deve-se inicialmente homogeneizar a seção, normalmente pelo material com menor módulo de elasticidade, no caso o concreto, usando a seguinte relação entre os módulos:

$$\alpha_e = E_s / E_{cs}$$

Em seguida obtém-se a profundidade da linha neutra x_{II}, que passa pelo centro geométrico da seção homogeneizada, igualando-se por definição de CG, o momento estático das áreas acima da LN ($b.x_{II}$ e $\alpha_e A'_s$) com o da área abaixo ($\alpha_e A_s$).

Dessa forma vem:

$$(b.x_{II}).x_{II} / 2 - A'_s.(x_{II}-d') + \alpha_e.A'_s.(x_{II}-d') = \alpha_e.A_s.(d-x_{II})$$

O segundo termo da equação acima se refere ao momento estático da área A'_s que está sendo retirado do momento estático da área de concreto comprimido, que já o contempla. O terceiro termo é o momento estático da área homogeneizada $\alpha_e.A'_s$ em relação à LN. Esses dois termos reunidos dão:

$$(\alpha_e - 1).(x_{II} - d') = \alpha'_e \, . \, (x_{II} - d') \qquad \text{com} \quad \alpha'_e = \alpha_e - 1$$

Assim, obtém-se a seguinte equação do segundo grau em x_{II}:

$$(b/2)x_{II}^2 + (\alpha_e A_s + \alpha'_e A'_s)x_{II} - (\alpha_e A_s d + \alpha'_e A'_s d') = 0$$

que depois de resolvida fornece:

$$x_{II} = -A + \sqrt{A^2 + B}$$

Com

$$A = (\alpha_e A_s + \alpha'_e A'_s) / b$$

$$B = 2 \, . \, (\alpha_e A_s d + \alpha'_e A'_s d') / b$$

$$I_{II} = \frac{b x_{II}^{\,3}}{3} + \alpha'_e \, A'_s \left(x_{II} - d'\right)^2 + \alpha_e A_s \left(d - x_{II}\right)^2$$

As fórmulas acima são as mesmas, deduzidas de forma análoga.

As tensões no concreto e nas armaduras são as tensões no estádio II, dadas por:

$$\sigma_c = \frac{M}{I_{II}} x_{II}$$

$$\sigma'_s = \alpha_e \frac{M}{I_{II}} \left(x_{II} - d'\right)$$

$$\sigma_{si} = \alpha_e \frac{M}{I_{II}} \left(d - x_{II}\right)$$

Controle da fissuração sem a verificação da abertura de fissuras

Para dispensar a avaliação da grandeza da abertura de fissuras e atender ao estado limite de fissuração (aberturas máximas esperadas da ordem de 0,3 mm para o concreto armado e 0,2mm para o concreto com armaduras ativas), um elemento estrutural deve ser dimensionado respeitando as restrições da tabela 24 quanto ao diâmetro máximo (ϕ_{max}) e ao espaçamento máximo (s_{max}) das armaduras, bem como as exigências de cobrimento e de armadura mínima. A tensão σ_s deve ser determinada no estádio II.

Tabela 24 – Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência

Tensão na barra	Valores máximos			
	Concreto sem armaduras ativas		Concreto com armaduras ativas	
σ_s (MPa)	ϕ_{max} (mm)	s_{max} (cm)	ϕ_{max} (mm)	s_{max} (cm)
160	32	30	25	20
200	25	25	16	15
240	16	20	12,5	10
280	12,5	15	8	5
320	10	10	6	-
360	8	6	-	-

Resumo: Dimensionamento à fissuração

$f_{ct,m}$	$0,3*f_{ck}^{2/3}$ MPa
$A_{s,calc} / A_{s,real}$	
ρ_{ri}	$A_{s,real} / A_{cr}$
σ_{si}	$f_y*A_{s,calc} / \gamma_f * \gamma_s * A_{s,real}$ MPa
σ_{si}'	$(w' * (12,5*\eta i)*Esi*f_{ctm} / 3*\phi i)^{1/2}$ MPa
σ_{si}''	$(w' * (12,5*\eta i)*Esi / \phi i * (4/\rho_{ri}+45)$ MPa
k_{fiss}'	$\sigma_{si} / \sigma_{si}'$
k_{fiss}''	$\sigma_{si} / \sigma_{si}''$
	k (menor entre k_{fiss}' e k_{fiss}'')
$As_{necessário}$	$A_{s,real}$ x k

Exercício de dimensionamento

Verificar a fissuração para uma viga bi-apoiada com 6m de vão, carga total p = 40 kN/m, sendo a carga permanente g = 28 kN/m e a acidental q = 12 kN/m, seção de 20x60 cm^2, concreto f_{ck} = 20 MPa, aço CA-50, destinada a edifício residencial com revestimento de argamassa e pintura. Adotar ϕ = 20 mm.

Obra urbana (CAA II) $\Rightarrow w_k = 0,3$ mm; Cobrimento $\Rightarrow c = 3$ cm.

Como é ambiente interno e seco e, além disso, ainda tem revestimento, pode-se admitir um micro clima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima), ou seja CAA I, e portanto o cobrimento nominal a ser adotado será 2,5 cm. Assim para o cálculo à flexão será adotada uma altura útil:

$d = h - c - \phi_{estribo} - (0,5 \cdot \phi_{longitudinal}) = 60 - 2,5 - 0,5 - 0,5 \times 2 = 56$ cm

Cálculo à flexão

$\sigma_{cd} = f_c = 0,85 \times 2 / 1,4 = 1,21$ kN / cm^2

$M = 40 \times 6^2 / 8 = 180$ kN.m $\rightarrow [126 (M_g) + 54 (M_q)]$

$k = 18000 \times 1,4 / (1,21 \times 20 \times 56^2) = 0,331 > k_l = 0,32$

$A_{s1} = (1,21 \times 20 \times 56 / 43,48) \times (1 - 2 \times 0,32)^{(1/2)} = 12,51$ cm^2

$A_{s2} = (1,21 \times 20 \times 56 / 43,48) \times (0,331 - 0,32) / (1 - 4 / 56) = 0,37$ cm^2

$A_s = 12,88$ cm$^2 \Rightarrow n_{barras} = 12,88 / 3,142 = 4,1 \Rightarrow 5\ \phi\ 20$ mm $\Rightarrow A_{s,real} = 15,71$ cm^2

$A'_s = A_{s2} = 0,37$ cm^2 $\quad 2\ \phi\ 5$ mm (0,392 cm^2)

Para combinação freqüente (ELS–w, estado limite de serviço correspondente à abertura de fissuras), tem-se $\gamma_f = 1,7$.

Verificação da fissuração

Cálculo de A_{cr}

$b_{útil} = b - 2(c + \phi_{est}) = 20 - 2 \times (2,5 + 0,5) = 14$ cm

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais $a_h = a_v = 2$ cm, portanto o número máximo de barras de 20 mm em uma só camada será:

$$n_{barras\,/\,camada} \leq \frac{b_{util} + a_h}{a_h + \phi_{long}} \Rightarrow = \frac{14 + 2}{2 + 2} = 4 \Rightarrow 4 \text{ barras/camada}$$

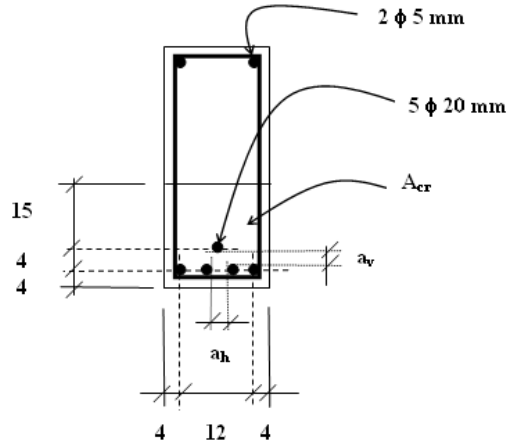


Figura 70 – Detalhamento da seção transversal

A armadura conforme detalhada na figura 70, mostra que o valor correto de d é:

$d_{corrigido}$ = h – d'', com d''= (4 x 4 + 1 x 8) / 5 = 4,8 cm $\Rightarrow$ $d_{corrigido}$ = 60 – 4,8 = 55,2 cm

$\Delta d = d - d_{corrigido} = 56 - 55,2 = 0,8$ cm < 5%h = 3 cm $\Rightarrow$ não é necessário redimensionar

Conforme a figura 70 tem-se: A_{cr} = 20 x (8 + 15) = 460 cm^2

$$\sigma_{si} = \frac{434,8}{1,7}.\frac{12,88}{15,71} = 209,7MPa \quad (\sigma_{si} \text{ aproximado})$$

Verificação

$$\sigma'_{si} = \sqrt{\frac{0,3\times 12,5\times 2,25\times 210000\times 0,3\times 20^{2/3}}{3\times 20}} = 255,49MPa$$

$$\sigma''_{si} = \frac{0,3\times 12,5\times 2,25\times 210000}{20\times\left(\frac{4}{15,71/460}+45\right)} = 546,46MPa$$

$$k'_{fiss} = \frac{\sigma_{si}}{\sigma'_{si}} = \frac{209,70}{255,49} = 0,82\,;\; k''_{fiss} = \frac{\sigma_{si}}{\sigma''_{si}} = \frac{209,70}{546,46} = 0,38$$

$$k \le \begin{cases} k'_{fiss} \\ k''_{fiss} \end{cases} \ge 1 \Rightarrow 1 \; A_{snecessário} = A_{s,real} \,.\, k = 15,71 \text{ x } 1 = 15,71 \text{ cm}^2 \Rightarrow 5\ \phi\ 20 \text{ mm}$$

Verificação para σ_{si} no estádio II

Para o cálculo de σ_{si} no estádio II tem-se:

α_e = 21000/2129 = 9,86; α'_e = 8,86

A = (9,86 x 12,88 + 8,86 x 0,37) / 20 = 6,52

B = 2 x (9,86 x 12,88 x 56 + 8,86 x 0,37 x 4) / 20 = 712,77

x_{II} = - 6,52 + $[(6,52)^2 + 712,77]^{1/2}$ = 20,97 cm

I_{II} = 20 x $20,97^3$ / 3 + 8,86 x 0,37 x $(20,97 - 4)^2$ + 9,86 x 12,88 x $(56-20,97)^2$

I_{II} = 218318 cm^4 = 0,61 I_c ($bh^3/12$)

$M_{d,serv} = M_{g,k} + \psi_1 \,.\, M_{q1k}$ = 126 + 0,4 x 54 = 147,6 kN.m = 14760 kN.cm

σ_{si} = 9,86 x (14760 / 218318)(56-20,97) = 23,36 kN/cm^2

Os valores acima foram obtidos para as armaduras calculadas, caso sejam obtidos para as armaduras existentes (A_s= 15,71 cm^2 e A'_s = 0,4 cm^2), que é o mais natural, obtém-se os seguintes valores:

x_{II} = 22,59 cm

I_{II} = 250968 cm^2

σ_{si} = 19,37 kN / cm^2

A diferença quando se considera armaduras existentes, comparado com a forma aproximada, fica em torno de 7%.

Estimando-se a abertura de fissura, vem:

$\sigma_{si,aproximado}$ = 20,97 kN/cm^2 $\rightarrow$ w_{k1} = 0,20 mm e w_{k2} = 0,12 mm

$\sigma_{si,Asreal}$ = 19,37 kN/cm^2 $\rightarrow$ w_{k1} = 0,17 mm e w_{k2} = 0,12 mm

A diferença nesse exemplo quando se usa o valor aproximado da tensão de serviço σ_{si}, comparado com o valor calculado no Estádio II, ficou abaixo de 10% tanto no cálculo da tensão quanto na abertura estimada de fissuras. Do exposto nota-se que ao trabalhar com o valor simplificado, obtido com $\gamma_{f,real}$ > 1,4, obtém-se valores satisfatórios, com bem menos trabalho.

5.4. Momento de fissuração (M_r)

Nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no estádio I e parcialmente no estádio II. A separação entre as duas partes é definida pelo momento de fissuração. Esse momento pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_r = \frac{\alpha \, f_{ct} \, I_c}{y_t}$$

onde:

α= 1,2 para seções T ou duplo T;

α= 1,5 para seções retangulares;

onde:

α é o fator que correlaciona aproximadamente à resistência a tração na flexão com a resistência à tração direta;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção a fibra mais tracionada;

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} é a resistência a tração direta do concreto, com o quantil apropriado para cada verificação particular. Para determinação do momento de fissuração deve ser usado o $f_{ctk,inf}$ no estado de formação de fissura e o $f_{ct,m}$ no estado limite de deformação excessiva.

Aplicações

1) Formação de Fissuras

O estado limite de formação de fissuras corresponde ao momento de fissuração calculado com $f_{ct} = f_{ctk,inf}$. Esse valor de M_r deve ser comparado com o momento fletor relativo à combinação rara de serviço (combinações de serviço onde leva-se em consideração os coeficientes de ponderação das ações).

$$F_{d,serv} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_{1j} \cdot F_{qjk}$$

$F_{d,serv}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço

F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas

Ψ_1 é o fator de redução de combinação freqüente para ELS (ver tabela 11.2 da NBR 6118)

Para edifícios, em geral, em que a única ação variável é a carga de uso (sobrecarga), tem-se:

$$F_{d,serv} = F_{gk} + F_{qk} = F_k$$

Portanto, $M_{d,rara} = M_d$

Assim, se $M_{d,rara} > M_r$, há fissuras; caso contrário não há fissuras.

2) Deformações

Na verificação das deformações de uma estrutura, deve-se considerar a combinação quase-permanente de ações e rigidez efetiva das seções.

A combinação quase-permanente é também dada NBR 6118, e analogamente ao item anterior temos:

$$F_{d,serv} = \Sigma F_{gik} + \Sigma \psi_{2j} \cdot F_{qjk}$$

$F_{d,serv}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço

F_{qjk} é o valor característico das ações variáveis principais diretas

Ψ_2 é o fator de redução de combinações quase permanente para ELS (ver tabela 11.2 da NBR 6118)

Para edifícios, em geral, em que a única ação variável é a carga de uso (sobrecarga), tem-se:

$$F_{d,serv} = F_{gk} + \psi_2 \cdot F_{qk} \text{ com } \psi_2 = 0{,}3$$

Flecha imediata em vigas

A flecha imediata pode ser calculada admitindo-se comportamento elástico e pode ser obtida por meio de tabelas, em função das condições de apoio e do tipo de carregamento (ver tabela 18).

$$a_i \begin{cases} \alpha \dfrac{pl^4}{EI} \rightarrow p \text{ é uma carga linearmente distribuída} \\ \beta \dfrac{Pl^3}{EI} \rightarrow P \text{ é uma carga concentrada} \\ \delta \dfrac{Ml^2}{EI} \rightarrow M \text{ é um momento aplicado} \end{cases}$$

α, β, δ são coeficientes tabelados (tabela 18) e l é o vão teórico.

Conforme a NBR 6118/2003, o módulo de elasticidade e o momento de inércia podem ser obtidos, respectivamente:

$$E_c = E_{cs} = 0{,}85 \cdot E_{ci} = 0{,}85 \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$$I = I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_2$$

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_2 é o momento de inércia da seção no estádio II, calculado com $\alpha_e = E_s/E_c$;

$$I_2 = \frac{bx_2^3}{3} + \alpha_e As(d - x_2)^2$$

onde x_2 sai da equação: $\dfrac{bx_2^2}{2} + \alpha_e As\ x_2 - \alpha_e As\ d = 0$

M_a é o momento fletor na seção crítica, para combinação quase permanente;

M_r é o momento de fissuração calculado com $f_{ct} = f_{ct,m}$.

E_s é o módulo de elasticidade longitudinal do aço.

b é a base da seção transversal.

As é a área de aço encontrada.

O valor de M_r deve ser reduzido à metade, no caso de utilização de barras lisas.

Flecha diferida

A flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado pela expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

ρ' é a taxa de armadura de compressão (armadura dupla), dada por: $\rho' = \dfrac{As'}{b \cdot d}$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

t é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

Obtém-se, portanto:

Flecha diferida: $a_f = \alpha_f \, . \, a_i$

Flecha total: $a_t = a_i + \alpha_f \, . \, a_i = a_i \, (1 + \alpha_f)$

Tabela 25 – Valores de ξ

Tempo (t) em meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥70
Coeficiente ξ(t)	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Verificação das flechas

Os deslocamentos obtidos devem ser comparados com os valores limites dados na tabela 26 com os demais valores indicados na NBR 6118/2003.

Caso esses limites sejam ultrapassados, tem-se entre as soluções possíveis:

• Aumentar a idade para aplicação da carga (aumentar t_0), mantendo o escoramento por mais tempo ou retardando a execução de revestimentos, paredes etc.

• Adotar uma contra-flecha (a_c), que pode ser estimada por meio da expressão (flecha imediata mais metade da flecha diferida):

$$a_c = a_i \cdot \left(1 + \frac{\alpha_f}{2}\right) = a_i + \frac{a_f}{2}$$

É usual arredondar o valor da contra-flecha (a_c) para o múltiplo de 0,5 cm mais próximo do valor calculado. A contra-flecha pode ser adotada mesmo quando os deslocamentos estiverem abaixo dos limites da Norma.

Tabela 26 – Limites para deslocamentos

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	L/250
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	L/350
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	L/250[(1)]
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	L/350+contra-flecha[(2)]
			Ocorrido após a construção do piso	L/600
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento

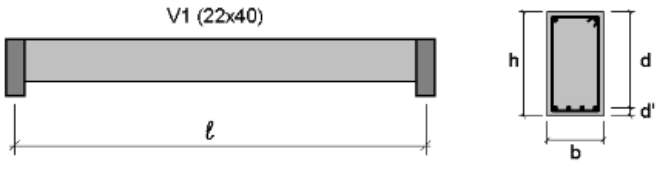
[(1)]As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contra-flechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

[(2)]Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contra-flechas. Entretanto, a atuação isolada da contra-flecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que L/350.

Exercício

Verificar os ELS para a viga bi-apoiada indicada na figura abaixo.

Dados: seção 22cm x 40cm, l = 410cm, concreto C25, aço CA-50, armadura longitudinal 4ø20 (12,60 cm^2), d = 35,9cm, classe II de Agressividade Ambiental. Carregamento distribuído de 40kN/m (permanente) e 10kN/m (sobrecarga)



Momento de fissuração

$$M_r = \frac{\alpha \ f_{ct} \ I_c}{y_t}$$

α= 1,5 (seção retangular)

$$I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{22 \cdot 40^3}{12} = 117333 cm^4$$

y_t= 40/2 = 20cm

a) Formação de fissura

$$f_{ct} = f_{ctk,\inf} = 0{,}21 f_{ck}{}^{2/3} = 0{,}21 \cdot 25^{2/3} = 1{,}795 MPa = 0{,}1795 kN/cm^2$$

$$M_r = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}1795 \cdot 117333}{20} = 1580 kNxcm = 15{,}8 kNxm$$

$$M_{d,rara} = \frac{pl^2}{8} = \frac{50 \cdot 4{,}10^2}{8} = 105{,}10 kNxm$$

$$M_{d,rara} > M_r \rightarrow há \ \ fissuras$$

b) Deformação excessiva

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0{,}3 f_{ck}{}^{2/3} = 0{,}3 \cdot 25^{2/3} = 2{,}565 MPa = 0{,}2565 kN/cm^2$$

$$M_r = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}2565 \cdot 117333}{20} = 2257 kNxcm \cong 22{,}6 kNxm$$

E_s= 210000 MPa

E_c=5600$fck^{2/3}$= 5600x$25^{2/3}$= 23800 MPa

α_e= 210000/238000 = 8,82

$$\frac{bx_2{}^2}{2} + \alpha_e As \ x_2 - \alpha_e As \ d = 0 \rightarrow \frac{22 \cdot x_2{}^2}{2} + 8{,}82 \cdot 12{,}60 \cdot x_2 - 8{,}82 \cdot 12{,}60 \cdot 35{,}9 = 0$$

$x_2{}^2 + 10{,}10 x_2{}^2 - 362{,}69 = 0$

x_2 = 14,66 (ignorando a raiz negativa)

$$I_2 = \frac{bx_2{}^3}{3} + \alpha_e As(d - x_2)^2 \rightarrow I_2 = \frac{22 \cdot 14{,}66^3}{3} + 8{,}82 \cdot 12{,}60(35{,}9 - 14{,}66)^2 =$$

I_2= 73240 cm^4

Combinação quase permanente

$F_{d,serv} = F_{gk} + \psi_2 \cdot F_{qk} \rightarrow$ 40kN/m + 0,3 x 10 kN/m = 43kN/m=0,043 kN/cm

Momento de inércia equivalente

$$I = I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_2 \rightarrow$$

$$I_{eq} = \left(\frac{22,6}{105,1}\right)^3 117333 + \left[1 - \left(\frac{22,6}{105,1}\right)^3\right] 73240 =$$

I_{eq}= 73679 cm^4

Flecha imediata

$$a_i = \frac{5}{384}\frac{pl^4}{EI} = \frac{5}{384}\frac{0,043 \cdot 410^4}{2380 \cdot 73679} \Rightarrow a_i = 0,902$$

Flecha diferida

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

$T \geq$70 meses, t_0= 1 mês $\rightarrow$ $\Delta\xi = 2 - 0,68 = 1,32$

ρ' = 0 (armadura simples)

$$\alpha_f = \frac{1,32}{1 + 50 \cdot 0} = 1,32$$

$a_f = \alpha_f \,.\, a_i$= 1,32 . 0,902 = 1,191cm

Flecha total

$a_t = a_i + \alpha_f \,.\, a_i = a_i\,(1 + \alpha_f)$= 0,902(1 + 1,32) = 2,09cm

Flecha limite

Para que tenhamos uma aceitabilidade visual, temos:

$a_{lim} = l/250$ = 410/250= 1,64

Como 1,64 (a_{lim}) é menor que 2,09 (a_t), necessita-se de contra-flecha ou de redimensionamento da seção transversal da viga.

Contra-flecha

$$a_c = a_i \cdot \left(1 + \frac{\alpha_f}{2}\right) = a_i + \frac{a_f}{2} = 0,902 + \frac{1,191}{2} = 1,49cm$$

Adota-se contra-flecha de 1,50cm

6. CISALHAMENTO

6.1. Introdução

Para se dimensionar uma viga de concreto armado, normalmente o primeiro cálculo feito é o das solicitações normais, em que se determinam as armaduras longitudinais de flexão. Em seguida, é realizado o dimensionamento da armadura transversal para resistência à força cortante.

O dimensionamento ao cisalhamento é muito importante, pois a ruptura dessa natureza é freqüentemente violenta e frágil, sendo assim evitada (ver figura 71).

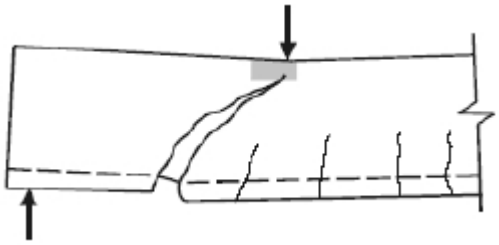


Figura 71 – Ruptura por cisalhamento

De acordo com a NBR 6118/2003 é necessário garantir uma boa ductilidade (grande deformação antes do colapso), de forma que uma eventual ruína ocorra de forma suficientemente avisada, alertando aos usuários da edificação.

Existe uma infinidade de teorias e modelos para análise de vigas de concreto sob solicitação cortante, desenvolvidos com base na analogia de treliça ou de campos de compressão do concreto. No Brasil se destacam os modelos de treliça denominados treliça clássica e treliça generalizada.

O modelo inicial de treliça, desenvolvido por RITTER (1899) e MÖRSCH (1920, 1922), tem sido adotado pelas principais normas do mundo como a base para o projeto de vigas à força cortante. Adicionalmente ao modelo de treliça vem sendo considerada também a contribuição do concreto, e a possibilidade de variação do ângulo de inclinação (θ) das fissuras e bielas de compressão. Apesar da analogia de uma viga fissurada com uma treliça ter sido criada há cerca de cem anos, a sua simplicidade a faz continuar sendo um modelo para o dimensionamento da armadura transversal das vigas.

No caso específico da norma brasileira, ela admite dois modelos para cálculo da armadura transversal resistente à força cortante nas vigas, denominados Modelo de Cálculo I e Modelo de Cálculo II. A treliça clássica de Ritter-Mörsch, que pressupõe ângulo θ, fixo de 45° para a inclinação das diagonais comprimidas (bielas de concreto), é adotada no Modelo de Cálculo I. O Modelo de Cálculo II admite a chamada "treliça

generalizada", onde o ângulo θ pode variar de 30° a 45°, sendo essa a maior inovação da norma na questão da força cortante.

6.2. Hipóteses e conceitos básicos

A NBR 6118/2003 pressupõe, para elementos lineares submetidos à força cortante, a analogia com o modelo de treliça, associado a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural.

Esse modelo clássico de treliça foi idealizado por Ritter e Mörsch e se baseia na analogia entre uma viga fissurada e uma treliça.

Considerando uma viga biapoiada de seção retangular, Mörsch admitiu que, após a fissuração, seu comportamento é similar ao de uma treliça como a indicada na figura 72, formada pelos elementos:

- banzo superior → cordão de concreto comprimido;
- banzo inferior → armadura longitudinal de tração;
- diagonais comprimidas → bielas de concreto entre as fissuras;
- diagonais tracionadas → armadura transversal (de cisalhamento), indicada com inclinação de 90º, formada por estribos.

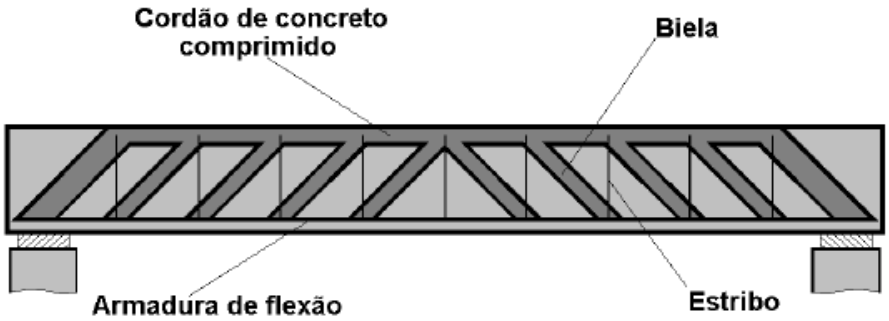


Figura 72 – Analogia de treliça

Essa analogia de treliça clássica considera as seguintes hipóteses básicas:

- fissuras, e portanto as bielas de compressão, com inclinação de 45º;
- banzos paralelos;
- treliça isostática; portanto, não há engastamento nos nós, ou seja, nas ligações entre os banzos e as diagonais;
- armadura de cisalhamento com inclinação entre 45º e 90º.

Porém, resultados de ensaios comprovam que há imperfeições na analogia de treliça clássica. Isso se deve principalmente a três fatores:

- a inclinação das fissuras é menor que 45º;

- os banzos não são paralelos; há o arqueamento do banzo comprimido, principalmente nas regiões dos apoios;
- a treliça é altamente hiperestática; ocorre engastamento das bielas no banzo comprimido, e esses elementos comprimidos possuem rigidez muito maior que a das barras tracionadas.

Para um cálculo mais refinado, tornam-se necessários modelos que considerem melhor a realidade do problema.

Por esta razão, como modelo teórico padrão, adota-se a analogia de treliça, mas a este modelo são introduzidas correções, para levar em conta as imprecisões verificadas.

6.3. Modos de ruína devido ao cisalhamento

Ruptura por esmagamento da biela

No caso de seções muito pequenas para as solicitações atuantes, as tensões principais de compressão podem atingir valores elevados, incompatíveis com a resistência do concreto à compressão com tração perpendicular (estado duplo). Tem-se, então, uma ruptura por esmagamento do concreto (figura 73).

A ruptura da diagonal comprimida determina o limite superior da capacidade resistente da viga à força cortante, limite esse que depende, portanto, da resistência do concreto à compressão.

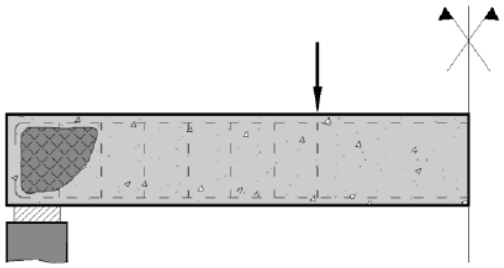


Figura 73 – Ruptura por esmagamento da biela

Ruptura da armadura transversal

Corresponde a uma ruína por cisalhamento, decorrente da ruptura da armadura transversal/estribo (figura 74). É o tipo mais comum de ruptura por cisalhamento, resultante da deficiência da armadura transversal para resistir às tensões de tração devidas à força cortante, o que faz com que a peça tenha a tendência de se dividir em duas partes.

A deficiência de armadura transversal pode acarretar outros tipos de ruína, que serão descritos à seguir.

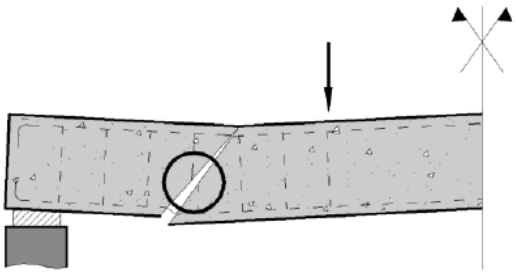


Figura 74 – Ruptura da armadura transversal

Ruptura do banzo comprimido devida ao cisalhamento

No caso de armadura de cisalhamento insuficiente, essa armadura pode entrar em escoamento, provocando intensa fissuração (fissuras inclinadas), com as fissuras invadindo a região comprimida pela flexão. Isto diminui a altura dessa região comprimida e sobrecarrega o concreto, que pode sofrer esmagamento, mesmo com momento fletor inferior àquele que provocaria a ruptura do concreto por flexão (figura 75).

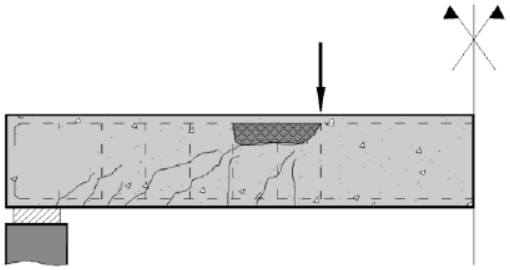


Figura 75 – Ruptura do banzo comprimido, decorrente do esforço cortante

Ruína por flexão localizada da armadura longitudinal

A deformação exagerada da armadura transversal pode provocar grandes aberturas das fissuras de cisalhamento. O deslocamento relativo das seções adjacentes pode acarretar na flexão localizada da armadura longitudinal, levando a viga a um tipo de ruína que também decorre do cisalhamento (figura 76).

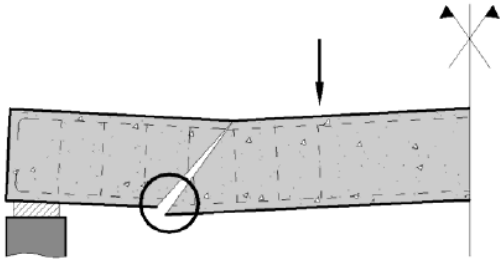


Figura 76 – Ruína por flexão localizada da armadura longitudinal

6.4. Função do estribo (armação transversal)

A colocação de estribos nas vigas tem três funções básicas:

a) resistir à parte da força cortante;

b) restringir o crescimento da abertura das fissuras, o que ajuda a manter o atrito entre as interfaces na fissura;

c) aumentar a ação de pino das barras longitudinais.

Além disso, os estribos proporcionam uma pequena resistência por ação de pino nas fissuras e aumentam a resistência da zona comprimida de concreto pelo confinamento que promovem.

A Figura 77 mostra a atuação ou trabalho desenvolvido pelo estribo vertical na analogia de treliça, para uma viga com tração na fibra inferior. No nó inferior o estribo entrelaça a armadura longitudinal tracionada e no nó superior o estribo ancora-se no concreto comprimido e na armadura longitudinal superior.

As bielas de compressão se apóiam nas barras da armadura longitudinal inferior, no trecho final dos ramos verticais dos estribos e nos seus ramos horizontais, principalmente na intersecção do estribo com as barras longitudinais.

O ramo horizontal inferior dos estribos é importante porque, além de servir de apoio às bielas, também atua para equilibrar as tensões de tração oriundas da inclinação transversal das bielas diagonais, como indicado nas figuras 77III e 77IV. Na figura 77II mostra-se o apoio da biela na intersecção do estribo com a barra longitudinal inferior, e o acréscimo de tensão $\Delta\sigma_s$ na armadura longitudinal, entre um estribo e outro, proveniente da atuação da tensão de aderência τ_b , entre a barra e o concreto.

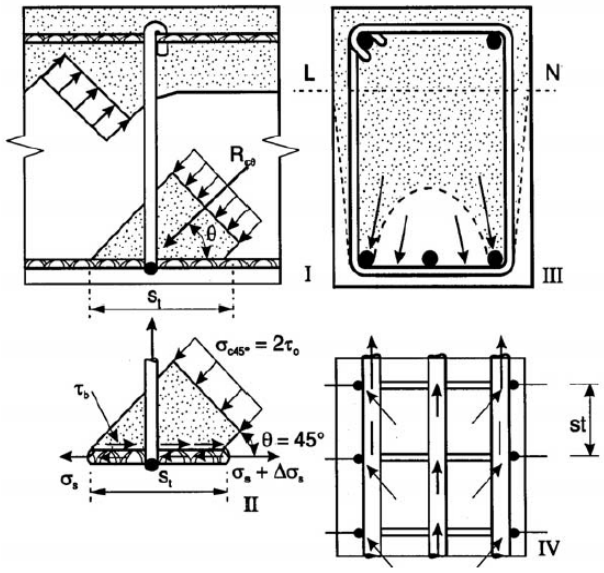


Figura 77 – Atuação do estribo no modelo de treliça (FUSCO, 2000).

No nó superior os estribos se ancoram no concreto comprimido, e nas barras longitudinais aí posicionadas. Barras porta-estribos também atuam para evitar o fendilhamento, que pode ser provocado pelo gancho do estribo ao aplicar tensões de tração num pequeno volume de concreto.

O ramo horizontal superior do estribo não é obrigatório, porém, sua disposição é indicada para o posicionamento de barras longitudinais internas e para resistir a esforços secundários que geralmente ocorrem.

Vigas largas, com larguras maiores que aproximadamente 40 cm, devem ter estribos com mais de dois ramos verticais, sendo muito comum o uso de estribos com quatro ramos, que oferece a vantagem de serem montados sobrepondo-se dois estribos idênticos de dois ramos. No caso do estribo com três ramos é colocada uma barra adicional no espaço entre os ramos de um estribo convencional com dois ramos (figura 78).

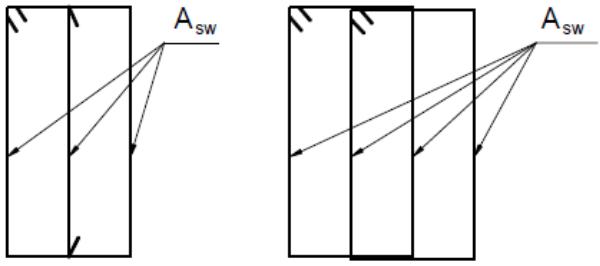


Figura 78 – Estribos com três e com quatro ramos verticais.

6.5. Verificação do estado limite último

Cálculo da resistência

A resistência do elemento estrutural, numa determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as ruínas por esmagamento da biela comprimida e a ruptura da armadura transversal tracionada, traduzidas pelas seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde:

V_{Sd} é a força cortante solicitante de cálculo, na seção.

V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$ é a força cortante de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal,

onde V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e V_{sw} é a parcela resistida pela armadura transversal.

As forças cortantes resistentes V_{Rd2} e V_{Rd3} podem ser obtidas por dois modelos:

- Modelo de cálculo I: Adota o modelo da treliça clássica, com bielas comprimidas a 45°, e aparte de força cortante resistida pelos mecanismos complementares da treliça V_c é tomada constante;

- Modelo de cálculo II: Adota o modelo de treliça generalizada, com bielas comprimidas variando entre 30° e 45°, e a parcela de força cortante resistida pelos mecanismos complementares da treliça V_c sofrendo redução com o aumento de V_{Sd}.

Na região dos apoios, os cálculos devem considerar as forças cortantes agentes nas respectivas faces, levando em conta algumas reduções, que serão tratadas adiante.

Modelo de cálculo I

O modelo de cálculo I admite diagonais de compressão inclinadas de $\theta = 45^o$ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independente de V_{Sd}.

a) verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0{,}27.\alpha_{v2}.f_{cd}.b_w.d$$

ou, em função de tensões, $\tau_{Rd2} = 0{,}27.\alpha_{v2}.f_{cd}$

onde:

$$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck} / 250) \qquad (f_{ck} \text{ em MPa})$$

obs: embora para o cálculo de α_{v2} a unidade utilizada seja o MPa , para a obtenção do esforço V_{Rd2} em kN, deve-se transformar o τ_{Rd2} para kN/cm^2.

Assim:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2}$$

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$$

com $\tau_{Sd} = V_{Sd} / b_w d$

b) cálculo da armadura transversal

Da equação $V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$, a primeira parcela correspondente à força cortante resistente absorvida por mecanismos complementares ao de treliça, que é dada no modelo I por:

- $V_c = 0 \rightarrow$ nos elementos estruturais tracionados, em que a linha neutra LN fica situada fora da seção.

- $V_c = V_{c0} \rightarrow$ na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra LN cortando a seção.
- $V_c = V_{co}\left(1 + \frac{M_0}{M_{sd,máx}}\right) \leq 2V_{c0} \rightarrow$ na flexo-compressão com:

$V_{c0} = 0{,}6 f_{ctd} b_w d$

$f_{ctd} = f_{ctk,\inf} / \gamma_c$; com $f_{ctk,\inf} = 0{,}7 f_{ctm}$ e coeficiente de minoração do concreto γ_c=1,4.

$$V_{c0} = 0{,}6 f_{ctd} b_w d = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 \cdot f_{ck}^{2/3}}{1{,}4} b_w d = 0{,}09 f_{ck}^{2/3} b_w d \quad (f_{ck} \text{ em MPa})$$

Em função de tensões, temos: $\tau_{c0} = 0{,}09 f_{ck}^{2/3}$ (em MPa) ou $\tau_{c0} = 0{,}009 f_{ck}^{2/3}$ (em kN/cm²), continuando a usar f_{ck} em MPa.

onde:

$b_w \rightarrow$ É a menor largura da seção compreendida ao longo da largura útil d.

d $\rightarrow$ É altura útil da seção, correspondente à distância entre a borda comprimida e o centro de gravidade da armadura de tração.

$M_0 \rightarrow$ É o valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por $M_{sd,máx}$), provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com V_{Sd} (figura 79), sendo essa tensão calculada com valores de γ_f iguais a 1 (coeficiente de ponderação das ações). Os momentos correspondentes a essas forças normais não devem ser considerados no cálculo dessa tensão, já que estão incluídos em M_{sd}.

$M_{sd,máx} \rightarrow$ É o momento fletor de cálculo, máximo no trecho em análise, que pode ser considerado como o de maior valor do semi-tramo considerado.

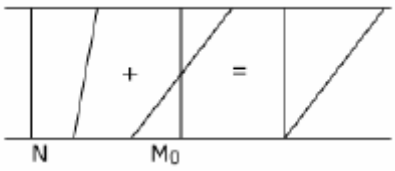


Figura 79 – Momento M_0 que anula a tensão normal de compressão

A segunda parcela correspondente à força cortante resistente absorvida pela armadura transversal é:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) 0{,}9 d f_{ywd} \left(sen\alpha + \cos\alpha \right)$$

- A_{sw} é a área de todos os ramos da armadura transversal;

- $A_{sw} = \rho_w . b_w$

- $\rho_w = 100 \frac{(\tau_{Sd} - \tau_{c0})}{39{,}15}$

- s é o espaçamento entre elementos da armadura transversal A_{sw}, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural passiva;

- f_{ywd} é a tensão na armadura transversal; limitada ao valor f_{yd} no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa;

- α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar $45º \leq \alpha \leq 90º$.

Em geral adotam-se estribos verticais ($\alpha = 90º$) e determina-se a área desses estribos por unidade de comprimento, ao longo do eixo da viga.

Logo;

$$V_{Sd} \leq V_c + V_{sw}$$

$$\tau_{Sd} \leq \tau_c + \tau_{sw} = \tau_{Rd3}$$

Observações:

Se $A_{sw} \leq A_{s,mín} \rightarrow$ Adotar armação mínima de estribo para todo o trecho em estudo.

Se $A_{sw} > A_{s,mín} \rightarrow$ Encontrar o valor de $V_{correspondente}$. O cortante correspondente é o maior valor de esforço cortante que podemos utilizar armação mínima. Para encontrar o valor de $V_{correspondente}$ deve-se isolar o valor de cortante na equação $\rho_w = 100 \frac{(\tau_{Sd} - \tau_{c0})}{39{,}15}$ e adotar $\rho_{w,mín}$. O valor de cortante correspondente é dado pela seguinte expressão:

$$V_{correspondente} = \frac{\left(\frac{39{,}15 \rho_{w,mín}}{100} + \tau_{c0} \right) b_w d}{1{,}4}$$

c) decalagem do diagrama de força no banzo tracionado

Quando a armadura longitudinal de tração (originada pela flexão) for determinada através do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento

estrutural, os efeitos provocados pela fissuração oblíqua podem ser substituídos, no cálculo, pela decalagem do diagrama de força no banzo tracionado, dada pela expressão:

$$a_l = d\left[\frac{V_{Sd,máx}}{2\left(V_{Sd,máx} - V_c\right)}\left(1 + \cot g\,\alpha\right) - \cot g\,\alpha\right]$$

onde:

$a_l \geq 0{,}5d$, no caso geral

$a_l \geq 0{,}2d$, para estribos inclinados a 45º

Essa decalagem pode ser substituída, aproximadamente, pela correspondente decalagem do diagrama de momentos fletores.

A decalagem do diagrama de força no banzo tracionado pode também ser obtida simplesmente aumentando a força de tração, em cada seção, pela expressão:

$$R_{Sd,cor} = M_{Sd} / z + |V_{Sd}| . 0{,}5(\cot g\theta - \cot g\alpha)$$

Modelo de cálculo II

O modelo de cálculo II admite diagonais de compressão inclinadas de θ, em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, variando livremente entre 30º e 45º. Admite ainda que a parcela complementar V_c sofra redução com o aumento de V_{Sd}.

a) verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0{,}54.\alpha_{v2}.f_{cd}.b_w.d.\text{sen}^2\theta.(\cot g\,\theta + \cot g\,\alpha)$$

ou, em função de tensões, $\tau_{Rd2} = 0{,}54.\alpha_{v2}.f_{cd}.\text{sen}^2\theta.(\cot g\,\theta + \cot g\,\alpha)$

onde:

$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck} / 250)$ (f_{ck} em MPa)

α é o ângulo de inclinação da armadura transversal

obs: Para a obtenção do esforço V_{Rd2} em kN, deve-se transformar o τ_{Rd2} para kN/cm^2.

Adotando-se a hipótese da treliça clássica de Mörsch (ângulo das bielas de compressão constante e igual a 45º):

$$V_{Rd2} = 0{,}27.\alpha_{v2}.f_{cd}.b_w.d.(1 + \cot g\,\alpha)$$

Assim:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2}$$

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$$

com $\tau_{Sd} = V_{Sd} / b_w d$

b) cálculo da armadura transversal

Da equação $V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$, a primeira parcela correspondente à força cortante resistente absorvida por mecanismos complementares ao de treliça, que é dada no modelo II por:

- $V_c = 0 \rightarrow$ nos elementos estruturais tracionados, em que a linha neutra LN fica situada fora da seção.
- $V_c = V_{c1} \rightarrow$ na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra LN cortando a seção.
- $V_c = V_{c1}\left(1 + \frac{M_0}{M_{sd,máx}}\right) \leq 2V_{c1} \rightarrow$ na flexo-compressão com:

$V_{c1} = V_{c0}$ quando $V_{Sd} \leq V_{c0}$

$V_{c1} = 0$ quando $V_{Sd} > V_{c0}$, interpolando-se linearmente para valores intermediários.

- <u>São mantidas a notação e as limitações definidas para o modelo de cálculo I.</u>

Os gráficos da figura 80 mostram uma comparação dos resultados encontrados entre os modelos I e II. No modelo I a contribuição do concreto independe do nível de solicitação. Já no modelo II a contribuição do concreto vai se reduzindo linearmente para valores de solicitação superiores a V_{c0}.

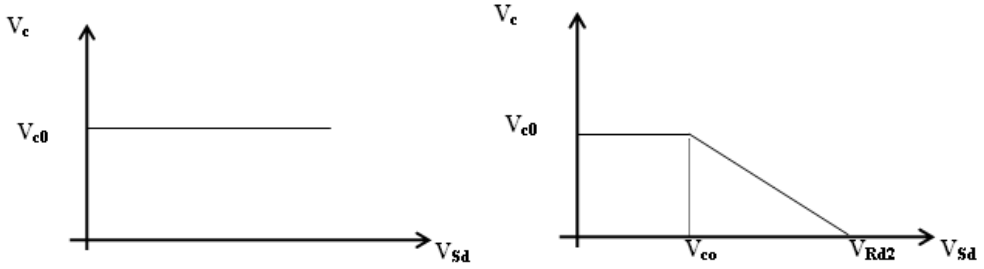


Figura 80 – Comparação do valor da contribuição Vc, nos modelos de cálculo I e II, respectivamente

Definindo-se analogamente uma tensão convencional de cisalhamento proveniente de V_{c1}, tem-se:

$$\tau_{c1} = V_{c1} \big/ b_w d$$

A parcela de tração absorvida pela armadura transversal V_{sw} é dada por:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0{,}9 d f_{ywd}\, sen\alpha (\cot g\,\theta + \cot g\,\alpha)$$

- $A_{sw} = \rho_w . b_w$

- $\rho_w = 100 \dfrac{(\tau_{Sd} - \tau_{c1})}{(39{,}15 \cdot \cot g\,\theta)}$

- $\tau_{c0} = 0{,}09 f_{ck}^{\ 2/3}$ (em MPa); se $\tau_{Sd} \le \tau_{c0} \rightarrow \tau_{c1} = \tau_{c0}$ ou

$$\tau_{Sd} > \tau_{c0} \rightarrow \tau_{c1} = \tau_{c0}\left[1 - \frac{(\tau_{Sd} - \tau_{c0})}{(\tau_{Rd2} - \tau_{c0})}\right]$$

- São mantidas a notação e as limitações definidas para o modelo de cálculo I.

Logo;

$$V_{Sd} \le V_c + V_{sw}$$

$$\tau_{Sd} \le \tau_c + \tau_{sw} = \tau_{Rd3}$$

Observações:

Se $A_{sw} \le A_{s,mín} \rightarrow$ Adotar armação mínima de estribo para todo o trecho em estudo.

Se $A_{sw} > A_{s,mín} \rightarrow$ Encontrar o valor de $V_{correspondente}$. O cortante correspondente é o maior valor de esforço cortante que podemos utilizar armação mínima. Para encontrar o valor de $V_{correspondente}$ deve-se isolar o valor de cortante na equação $\rho_w = 100 \dfrac{(\tau_{Sd} - \tau_{c0})}{39{,}15 \cot g\,\theta}$ e adotar $\rho_{w,mín}$. O valor de cortante correspondente é dado pela seguinte expressão:

$$V_{correspondente} = \frac{\left(\dfrac{39{,}15 \cdot \cot g\,\theta \cdot \rho_{w,mín}}{100} + \tau_{c0}\right) b_w d}{1{,}4}$$

c) decalagem do diagrama de força no banzo tracionado

São mantidas as condições estabelecidas no modelo de cálculo I, sendo o deslocamento do diagrama de momentos fletores no modelo II, dado por:

$$a_l = 0{,}5d(\cot g\,\theta - \cot g\,\alpha)$$

onde:

$a_l \ge 0{,}5d$, no caso geral

$a_l \ge 0{,}2d$, para estribos inclinados a 45º

Essa decalagem também pode ser substituída, aproximadamente, pela correspondente decalagem do diagrama de momentos fletores.

6.6. Redução do esforço cortante próximo aos apoios

Para o cálculo da armadura transversal, no caso de apoio direto (se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas do elemento estrutural, comprimindo-a), valem as seguintes prescrições:

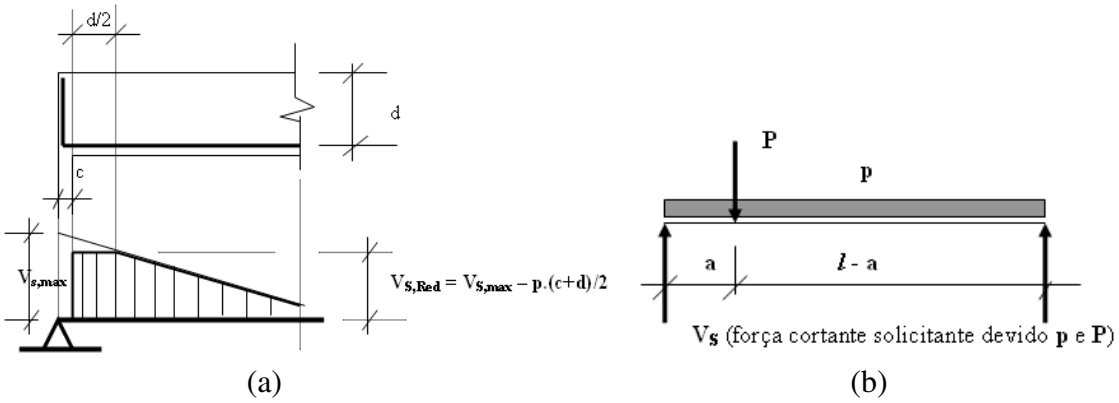
a) a força cortante oriunda de carga distribuída pode ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância d/2 da face do apoio, constante e igual à desta seção (figura 81a);

b) a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância $a \leq 2d$ do eixo teórico do apoio pode, nesse trecho de comprimento a, ser reduzida multiplicando-a por a/(2d).

c) A força cortante reduzida devido simultaneamente à carga distribuída e carga concentrada próximas ao apoio é dada por (figura 81b):

$$V_{s,red} = V_{s,máx} - p\frac{(c+d)}{2} - P\frac{(L-a)}{L}\left(1-\frac{a}{2d}\right)$$

As reduções indicadas acima não se aplicam à verificação da resistência à compressão diagonal do concreto. No caso de apoios indiretos, essas reduções também não são permitidas.



(a) (b)

Figura 81 - Redução do cortante devido à carga distribuída e a uma carga concentrada próxima ao apoio

6.7. Prescrições da NBR 6118/2003

a) Nas vigas, não se pode atribuir às barras dobradas mais do que 60% do valor do esforço de cisalhamento. Assim os estribos devem resistir a um mínimo de 40% do esforço total de cisalhamento nas vigas.

b) A tensão na armadura transversal f_{ywd} deve ser limitada em:

Barras dobradas $\rightarrow f_{ywd} \leq \begin{cases} 70\% f_{yd} \\ 435MPa \end{cases}$

Estribos $\rightarrow f_{ywd} \leq 435MPa$

c) Armadura mínima dos estribos de uma viga é dada por:

Para aços CA-50 e CA-60

$$A_{s,mín} \geq \rho_{w,mín} b_w s$$

$$\rho_{w,mín} = 0{,}2\frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} = 0{,}2\frac{0{,}3 f_{ck}^{2/3}}{f_y} = 0{,}012\% f_{ck}^{2/3}$$

sendo s= 100 cm temos: $A_{s,mín} \geq 0{,}012 f_{ck}^{2/3} b_w$

Fazendo $\rho_w = \rho_{w,min} = 0{,}012.f_{ck}^{2/3}$ obtém-se um valor mínimo de τ_{Sd} abaixo do qual a colocação da armadura mínima $A_{sw,min} = \rho_{w,min}.b_w$, absorve a totalidade do esforço de cisalhamento. Assim, obtém-se:

$$\tau_{Sd,min} = (39{,}15/100) \,.\, 0{,}012.f_{ck}^{2/3} + 0{,}009 \,.\, f_{ck}^{2/3} = 0{,}0137 \,.\, f_{ck}^{2/3}$$

d) Diâmetro mínimo e máximo dos estribos

$5{,}0mm \leq \varnothing_t \leq 0{,}1 b_w$

d) Espaçamento dos estribos

O espaçamento mínimo entre os estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa.

O espaçamento máximo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve atender às seguintes condições:

$$\text{se } \frac{\tau_{Sd}}{\tau_{Rd2}} \leq 0{,}67 \rightarrow s_{máx} \leq \begin{cases} 0{,}6d \\ 30cm \end{cases}$$

$$\text{se } \frac{\tau_{Sd}}{\tau_{Rd2}} > 0{,}67 \rightarrow s_{máx} \leq \begin{cases} 0{,}6d \\ 20cm \end{cases}$$

Exercícios de dimensionamento

Calcular a armadura de cisalhamento para uma viga de 4 m de vão, carga distribuída p = 50 kN/m, seção de 20X40 cm^2, d=36 cm, f_{ck} = 20 MPa, aço CA-60.

Modelo I, sem redução do cortante no apoio

a) verificação do concreto

$V_{S,max} = pl/2 = 100$ kN;

$\tau_{Sd} = V_{Sd,max} / b_w.d = 100 \,.\, 1{,}4 / (20 \,.\, 36) = 0{,}194$ kN/cm^2

$\tau_{Rd2} = 0{,}27 \,.\, 0{,}92 \,.\, 2/1{,}4 = 0{,}355$ kN/cm^2

Como τ_{Sd} = 0,194 kN/cm^2 < τ_{Rd2} = 0,355 kN/cm^2, a biela comprimida de concreto não romperá.

b) cálculo da armadura

$\tau_{c0} = 0{,}09 \cdot 20^{2/3} = 0{,}663$ MPa = 0,0663 kN/cm^2

$\rho_w = 100.(\tau_{Sd} - \tau_{c0})/39{,}15 = 100.(0{,}194 - 0{,}0663)/39{,}15 = 0{,}327$

$\rho_w > \rho_{w,min} = 0{,}012 \cdot 20^{2/3} = 0{,}088$

$A_{sw} = \rho_w \cdot b_w = 0{,}327 \cdot 20 = 6{,}55$ cm^2/m

τ_{Sd} = 0,194 kN/cm^2 > $\tau_{Sd,min} = 0{,}0137 \cdot 20^{2/3} = 0{,}101$ kN/cm^2

Para estribos simples (dois ramos) → $A_{sw}/2$ = 3,27 cm^2/m → ϕ6 mm c/ 8,5 cm, ou ϕ8 mm c/ 15 cm.

Como $\tau_{Sd} / \tau_{Rd2} = 0{,}194 / 0{,}355 = 0{,}55 < 0{,}67$

$s_{máx} = 0{,}6d = 0{,}6 \cdot 36 = 22$ cm (OK!)

Modelo I, com redução do cortante no apoio

Considera-se que o comprimento do apoio no sentido longitudinal da viga seja c= 20 cm.

a) verificação do concreto

$V_{S,Red} = V_{S,max} - p(c+d)/2 = 100 - 50.(0{,}2+0{,}36)/2 = 86$ kN

τ_{Sd} = 0,194 kN/cm^2 (tensão solicitante sem redução – cálculo anterior)

$\tau_{Sd,Red} = V_{Sd,Red} / b_w.d = 86 \cdot 1{,}4 / (20 \cdot 36) = 0{,}167$ kN/cm^2

τ_{Rd2} = 0,355 kN/cm^2

Como τ_{Sd} = 0,194 kN/cm^2 < τ_{Rd2} = 0,355 kN/cm^2, a biela comprimida de concreto não romperá (para verificação do concreto não pode ser usado o $\tau_{Sd,Red}$).

b) cálculo da armadura

τ_{c0} = 0,0663 kN/cm^2

$\rho_w = 100.(\tau_{Sd,\,Red} - \tau_{c0})/39{,}15 = 100.(0{,}167 - 0{,}0663)/39{,}15 = 0{,}257$

$\rho_w > \rho_{w,min} = 0{,}012 \cdot 20^{2/3} = 0{,}088$

$A_{sw} = \rho_w \cdot b_w = 0{,}257 \cdot 20 = 5{,}14$ cm^2/m

$\tau_{Sd,Red}$ = 0,167 kN/cm^2 > $\tau_{Sd,min}$ = 0,101 kN/cm^2

Para estribos simples (dois ramos) → $A_{sw}/2$ = 2,57 cm^2/m → ϕ6 mm c/ 11 cm, ou ϕ8 mm c/ 19 cm.

Como $\tau_{Sd} / \tau_{Rd2} = 0{,}194 / 0{,}355 = 0{,}55 < 0{,}67$

$s_{máx} = 0{,}6d = 0{,}6 \cdot 36 = 22$ cm (OK!)

Modelo II ($\theta = 30^o$), sem redução do cortante próximo ao apoio

a) verificação do concreto

$\tau_{Sd} = 0{,}194$ kN/cm^2

$\tau_{Rd2} = 0{,}54 \,.\, 0{,}92 \,.\, 2/1{,}4 \,.\, \text{sen}^2 30º \,(\text{cotg}\, 30º + \text{cotg}\, 90º) = 0{,}307$ kN/cm^2

Como $\tau_{Sd} = 0{,}194$ kN/cm^2 < $\tau_{Rd2} = 0{,}307$ kN/cm^2, a biela comprimida de concreto não romperá.

b) cálculo da armadura

$\tau_{c0} = 0{,}0663$ kN/cm^2

$\tau_{Sd} > \tau_{c0} \rightarrow \tau_{c1} = \tau_{c0}\,[1 - (\tau_{Sd} - \tau_{c0}) / (\tau_{Rd2} - \tau_{c0})] =$

$\tau_{c1} = 0{,}0663 \,.\, [1 - (0{,}194 - 0{,}0663) / (0{,}307 - 0{,}0663)] = 0{,}0311$ kN/cm^2

$\rho_w = 100.(\tau_{Sd} - \tau_{c1})/(39{,}15 \,.\, \text{cotg}\theta) = 100.(0{,}194 - 0{,}0311)/(39{,}15 \,.\, \text{cotg}30º) =$

$\rho_w = 0{,}240 > \rho_{w,min} = 0{,}088$

$A_{sw} = \rho_w \,.\, b_w = 0{,}240 \,.\, 20 = 4{,}80$ cm^2/m

$\tau_{Sd} = 0{,}194$ kN/cm^2 > $\tau_{Sd,min} = 0{,}101$ kN/cm^2

Para estribos simples (dois ramos) $\rightarrow A_{sw}/2 = 2{,}40$ cm^2/m $\rightarrow \phi 6$ mm c/ 11,5 cm, ou $\phi 8$ mm c/ 20,5 cm.

Como $\tau_{Sd} / \tau_{Rd2} = 0{,}194 / 0{,}307 = 0{,}63 < 0{,}67$

$s_{máx} = 0{,}6d = 0{,}6 \,.\, 36 = 22$ cm (OK!)

Modelo II ($\theta = 30^o$), com redução do cortante próximo ao apoio

Considera-se que o comprimento do apoio no sentido longitudinal da viga seja c= 20 cm.

a) verificação do concreto

$V_{S,Red} = V_{S,max} - p(c+d)/2 = 100 - 50.(0{,}2+0{,}36)/2 = 86$ kN

$\tau_{Sd} = 0{,}194$ kN/cm^2 (tensão solicitante sem redução – cálculo anterior)

$\tau_{Sd,Red} = V_{Sd,Red} / b_w.d = 86 \,.\, 1{,}4 / (20 \,.\, 36) = 0{,}167$ kN/cm^2

$\tau_{Rd2} = 0{,}307$ kN/cm^2

Como $\tau_{Sd} = 0{,}194$ kN/cm^2 < $\tau_{Rd2} = 0{,}307$ kN/cm^2, a biela comprimida de concreto não romperá (para verificação do concreto não pode ser usado o $\tau_{Sd,Red}$).

b) cálculo da armadura

$\tau_{c0} = 0{,}0663$ kN/cm^2

$\tau_{Sd,Red} > \tau_{c0} \rightarrow \tau_{c1} = \tau_{c0}\,[1 - (\tau_{Sd,Red} - \tau_{c0}) / (\tau_{Rd2} - \tau_{c0})] =$

$\tau_{c1} = 0{,}0663 \,.\, [1 - (0{,}167 - 0{,}0663) / (0{,}307 - 0{,}0663)] = 0{,}0387$ kN/cm^2

$\rho_w = 100.(\tau_{Sd,Red} - \tau_{c1})/(39{,}15 \cdot \cot g\theta) =$

$\rho_w = 100.(0{,}167 - 0{,}0387)/(39{,}15 \cdot \cot g30º) = 0{,}189 > \rho_{w,min} = 0{,}088$

$A_{sw} = \rho_w \cdot b_w = 0{,}189 \cdot 20 = 3{,}78\ cm^2/m$

$\tau_{Sd,Red} = 0{,}167\ kN/cm^2 > \tau_{Sd,min} = 0{,}101\ kN/cm^2$

Para estribos simples (dois ramos) $\rightarrow A_{sw}/2 = 1{,}89\ cm^2/m \rightarrow \phi 5$ mm c/ 10 cm, $\phi 6$ mm c/ 14,5 cm, ou $\phi 8$ mm c/ 26 cm (22 cm).

Como $\tau_{Sd} / \tau_{Rd2} = 0{,}194 / 0{,}307 = 0{,}63 < 0{,}67$

$s_{máx} = 0{,}6d = 0{,}6 \cdot 36 = 22$ cm (OK!)

Modelo II ($\theta = 35^o$), sem redução do cortante próximo ao apoio

a) verificação do concreto

$\tau_{Sd} = 0{,}194\ kN/cm^2$

$\tau_{Rd2} = 0{,}54 \cdot 0{,}92 \cdot 2/1{,}4 \cdot sen^2 35º\ (\cot g\ 35º + \cot g\ 90º) = 0{,}333\ kN/cm^2$

Como $\tau_{Sd} = 0{,}194\ kN/cm^2 < \tau_{Rd2} = 0{,}333\ kN/cm^2$, a biela comprimida de concreto não romperá.

b) cálculo da armadura

$\tau_{c0} = 0{,}0663\ kN/cm^2$

$\tau_{Sd} > \tau_{c0} \rightarrow \tau_{c1} = \tau_{c0}\ [1 - (\tau_{Sd} - \tau_{c0}) / (\tau_{Rd2} - \tau_{c0})] =$

$\tau_{c1} = 0{,}0663 \cdot [1 - (0{,}194 - 0{,}0663) / (0{,}333 - 0{,}0663)] = 0{,}0346\ kN/cm^2$

$\rho_w = 100.(\tau_{Sd} - \tau_{c1})/(39{,}15 \cdot \cot g\theta) = 100.(0{,}194 - 0{,}0346)/(39{,}15 \cdot \cot g35º) =$

$\rho_w = 0{,}285 > \rho_{w,min} = 0{,}088$

$A_{sw} = \rho_w \cdot b_w = 0{,}285 \cdot 20 = 5{,}70\ cm^2/m$

$\tau_{Sd} = 0{,}194\ kN/cm^2 > \tau_{Sd,min} = 0{,}101\ kN/cm^2$

Para estribos simples (dois ramos) $\rightarrow A_{sw}/2 = 2{,}85\ cm^2/m \rightarrow \phi 6$ mm c/ 9,5 cm, ou $\phi 8$ mm c/ 17,5 cm.

Como $\tau_{Sd} / \tau_{Rd2} = 0{,}194 / 0{,}333 = 0{,}58 < 0{,}67$

$s_{máx} = 0{,}6d = 0{,}6 \cdot 36 = 22$ cm (OK!)

Modelo II ($\theta = 35^o$), com redução do cortante próximo ao apoio

Considera-se que o comprimento do apoio no sentido longitudinal da viga seja c= 20 cm.

a) verificação do concreto

$V_{S,Red} = V_{S,max} - p(c+d)/2 = 100 - 50.(0{,}2+0{,}36)/2 = 86$ kN

$\tau_{Sd} = 0{,}194\ kN/cm^2$ (tensão solicitante sem redução – cálculo anterior)

$\tau_{Sd,Red} = V_{Sd,Red} / b_w.d = 86 . 1,4 / (20 . 36) = 0,167$ kN/cm^2

$\tau_{Rd2} = 0,333$ kN/cm^2

Como $\tau_{Sd} = 0,194$ kN/cm^2 < $\tau_{Rd2} = 0,333$ kN/cm^2, a biela comprimida de concreto não romperá (<u>para verificação do concreto não pode ser usado o $\tau_{Sd,Red}$</u>).

b) cálculo da armadura

$\tau_{c0} = 0,0663$ kN/cm^2

$\tau_{Sd,Red} > \tau_{c0} \rightarrow \tau_{c1} = \tau_{c0} [1 - (\tau_{Sd,Red} - \tau_{c0}) / (\tau_{Rd2} - \tau_{c0})] =$

$\tau_{c1} = 0,0663 . [1 - (0,167 - 0,0663) / (0,333 - 0,0663)] = 0,0413$ kN/cm^2

$\rho_w = 100.(\tau_{Sd,Red} - \tau_{c1})/(39,15 . \cot g\theta) =$

$\rho_w = 100.(0,167 - 0,0413)/(39,15 . \cot g35^o) = 0,225 > \rho_{w,min} = 0,088$

$A_{sw} = \rho_w . b_w = 0,225 . 20 = 4,50$ cm^2/m

$\tau_{Sd,Red} = 0,167$ kN/cm^2 > $\tau_{Sd,min} = 0,101$ kN/cm^2

Para estribos simples (dois ramos) $\rightarrow A_{sw}/2 = 2,25$ cm^2/m $\rightarrow$ ϕ5 mm c/ 8,5 cm, ϕ6 mm c/ 12,5 cm, ou ϕ8 mm c/ 22 cm.

Como $\tau_{Sd} / \tau_{Rd2} = 0,194 / 0,333 = 0,58 < 0,67$

$s_{máx} = 0,6d = 0,6 . 36 = 22$ cm (OK!)

7. ADERÊNCIA E ANCORAGEM

7.1. Introdução

A aderência entre a armadura e o concreto é de fundamental importância para a existência do concreto armado, ou seja, para o trabalho conjunto entre os dois materiais, o que significa que não deve ocorrer escorregamento relativo entre o concreto e as barras de aço da armadura.

O fenômeno da aderência envolve dois aspectos: o mecanismo de transferência de força da barra de aço para o concreto adjacente e a capacidade do concreto resistir às tensões oriundas dessa força. A transferência de força é possibilitada por ações químicas (adesão), pelo atrito e por ações mecânicas, e ocorre em diferentes estágios do carregamento e em função da textura da superfície da barra de aço e da qualidade do concreto.

A aderência é dividida em três diferentes parcelas: por adesão, por atrito e mecânica. A classificação da aderência segundo as três parcelas é meramente esquemática, não sendo possível determinar cada uma delas isoladamente.

Aderência por Adesão

Lançando-se o concreto fresco sobre uma chapa de aço (figura 82), durante o endurecimento do concreto ocorrem ligações físico-químicas na interface do concreto com a chapa de aço, o que dá origem a uma resistência de adesão, indicada pela força R_{b1} , que se opõe à separação dos dois materiais.

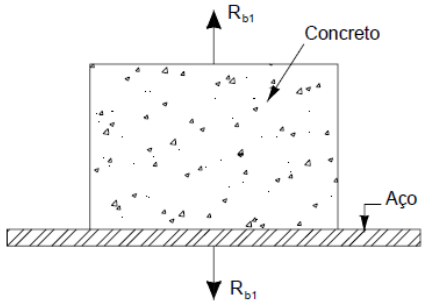


Figura 82 – Aderência por adesão (FUSCO, 2000)

Aderência por Atrito

Ao se aplicar uma força que tende a arrancar uma barra de aço inserida no concreto, verifica-se que a força de arrancamento (R_{b2} – figura 83) é muito superior à força R_{b1} relativa à aderência por adesão. Considera-se que a superioridade da força R_{b2} sobre a força R_{b1} é devida a forças de atrito que se opõem ao deslocamento relativo entre a barra de aço e o concreto.

A intensidade das forças de atrito depende do coeficiente de atrito entre os dois

materiais e da existência e intensidade de forças de compressão transversais à barra (P_t), que podem surgir devido à retração do concreto ou por ações externas.

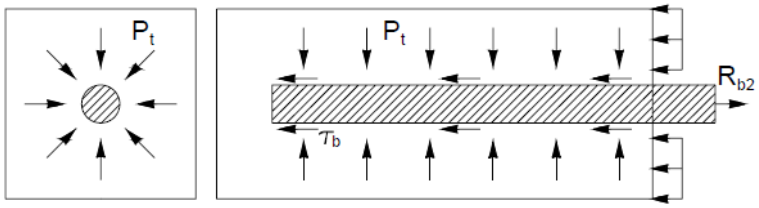


Figura 83 – Aderência por atrito (FUSCO, 2000)

Aderência Mecânica

A aderência mecânica se deve às saliências ou mossas existentes na superfície das barras de aço de alta aderência, e às irregularidades da laminação, no caso das barras lisas. As saliências criam pontos de apoio no concreto, que dificultam o escorregamento relativo entre a barra de aço e o concreto (figura 84). A aderência mecânica é a parcela mais importante da aderência total.

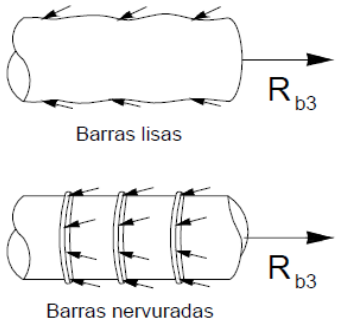


Figura 84 – Aderência mecânica (FUSCO, 2000)

Por outro, para que a solidariedade entre o concreto e o aço seja bem sucedida, de forma geral, torna-se necessário a introdução de um importante fator de execução e projeto: a ancoragem.

A ancoragem das armaduras usadas em concreto armado pode ser feita pela própria extensão do comprimento da barra ou fio, podendo-se usar ganchos nas extremidades das barras. Em casos excepcionais, quando não há espaço para realizar a ancoragem por aderência, pode-se recorrer a dispositivos especiais de ancoragem que podem ser uma ou mais barras transversais soldadas, insertos metálicos de diversos tipos, como chapas metálicas. Mas tanto pela praticidade quanto por razões econômicas prefere-se priorizar a ancoragem por aderência.

7.2. Aderência

Toda barra de aço deve ser ancorada numa região onde ela não é mais

necessária, de tal modo que quando ela for solicitada, não ocorra o escorregamento da barra em relação ao concreto que a envolve. Essa ancoragem é possível graças a aderência entre os dois materiais.

As tensões que se formam no concreto, ao longo da barra de aço são chamadas tensões de aderência. Uma barra de aço envolvida de concreto dentro de um bloco, apresenta tensões nulas na extremidade da barra e na face do bloco, e distribuídas ao longo do comprimento l_b (comprimento de ancoragem básico). O diagrama de tensões reais, de aplicação difícil (figura 85), é substituído por outro cuja tensão média f_{bd} representa o "volume" das tensões que envolvem a barra, determinado experimentalmente (figura 86).

f_{bd} é a tensão de aderência de cálculo, e depende da forma da superfície da barra, da espessura do recobrimento da armadura, da qualidade do concreto e da posição relativa das barras na estrutura.

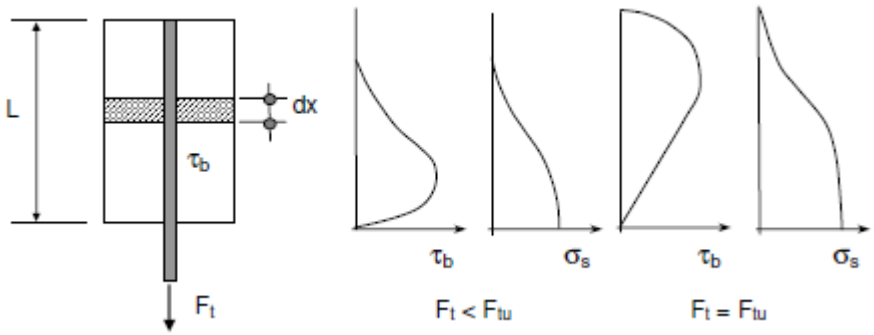


Figura 85 – Tensões de aderência reais (τ_b)

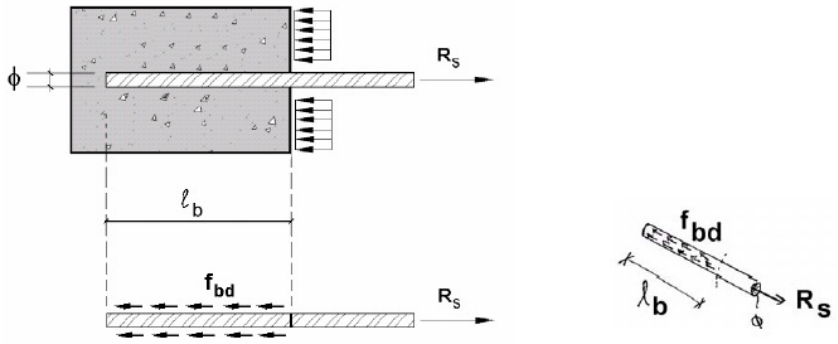


Figura 86 – Tensão de aderência de cálculo f_{bd}

Nos ensaios de arrancamento (figura 87), obtém-se a força de arrancamento R_s.

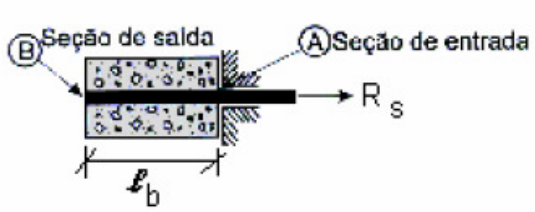


Figura 87 – Ensaio de arrancamento

Conhecendo-se a força de arrancamento R_s, pode-se calcular o valor da tensão de aderência de cálculo f_{bd}, conforme o procedimento mostrado a seguir:

$$f_{bd} \cdot \underline{\pi \cdot \phi \cdot l_b} = R_s \rightarrow f_{bd} = \frac{R_s}{\pi \cdot \phi \cdot l_b}$$

Área lateral da barra→ l_b x perímetro

onde

- R_s é a força atuante na barra;
- ∅ é o diâmetro da barra;
- l_b é o comprimento de ancoragem.

A tensão de aderência depende de diversos fatores, entre os quais:

- Rugosidade da barra;
- Posição da barra durante a concretagem;
- Diâmetro da barra;
- Resistência do concreto;
- Retração;
- Adensamento;
- Porosidade do concreto etc...

7.3. Comprimento de ancoragem básico (l_b)

Segundo a NBR 6118/2003 o comprimento de ancoragem básico l_b é o comprimento reto de uma barra necessário para ancorar sua força limite que ocorre quando se atinge a tensão de escoamento do aço f_{yd}.

Assim exposto, a equação acima, associada à resistência dos materiais clássica, leva-nos à seguinte expressão:

$$l_b = \frac{R_s}{\pi \cdot \phi \cdot f_{bd}} = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{\pi \cdot \phi \cdot f_{bd}} = \frac{\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \cdot f_{yd}}{\pi \cdot \phi \cdot f_{bd}} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

onde ∅ é o diâmetro da barra.

7.4. Zonas de boa e má aderência

Na concretagem de uma peça, tanto no lançamento como no adensamento, o envolvimento da barra pelo concreto é influenciado pela inclinação dessa barra.

Sua inclinação interfere, portanto, nas condições de aderência.

Por causa disso, a NBR 6118/2003 considera em boa situação, quanto à aderência, os trechos das barras que estejam com inclinação maior que 45º em relação à horizontal (figura 88a).

As condições de aderência são influenciadas por mais dois aspectos:

1. altura da camada de concreto sobre a barra, cujo peso favorece o adensamento, melhorando as condições de aderência;
2. nível da barra em relação ao fundo da forma; a exsudação produz porosidade no concreto, que é mais intensa nas camadas mais altas, prejudicando a aderência.

Essas duas condições fazem com que a norma brasileira considere em boa situação, quanto à aderência, os trechos das barras que estejam em posição horizontal ou com inclinação menor que 45º, desde que:

- para elementos estruturais com h < 60cm, localizados no máximo 30cm acima da face inferior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima (figuras 86b e 86c);
- para elementos estruturais com h > 60cm, localizados no mínimo 30cm abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima (figura 88d).

Em outras posições e quando do uso de formas deslizantes, os trechos das barras devem ser considerados em má situação, quanto à aderência.

No caso de lajes e vigas concretadas simultaneamente, a parte inferior da viga pode estar em uma região de boa aderência e a parte superior em região de má aderência. Se a laje tiver espessura menor do que 30cm, estará em uma região de boa aderência. Sugere-se, então, a configuração das figuras 86e e 86f para determinação das zonas aderência.

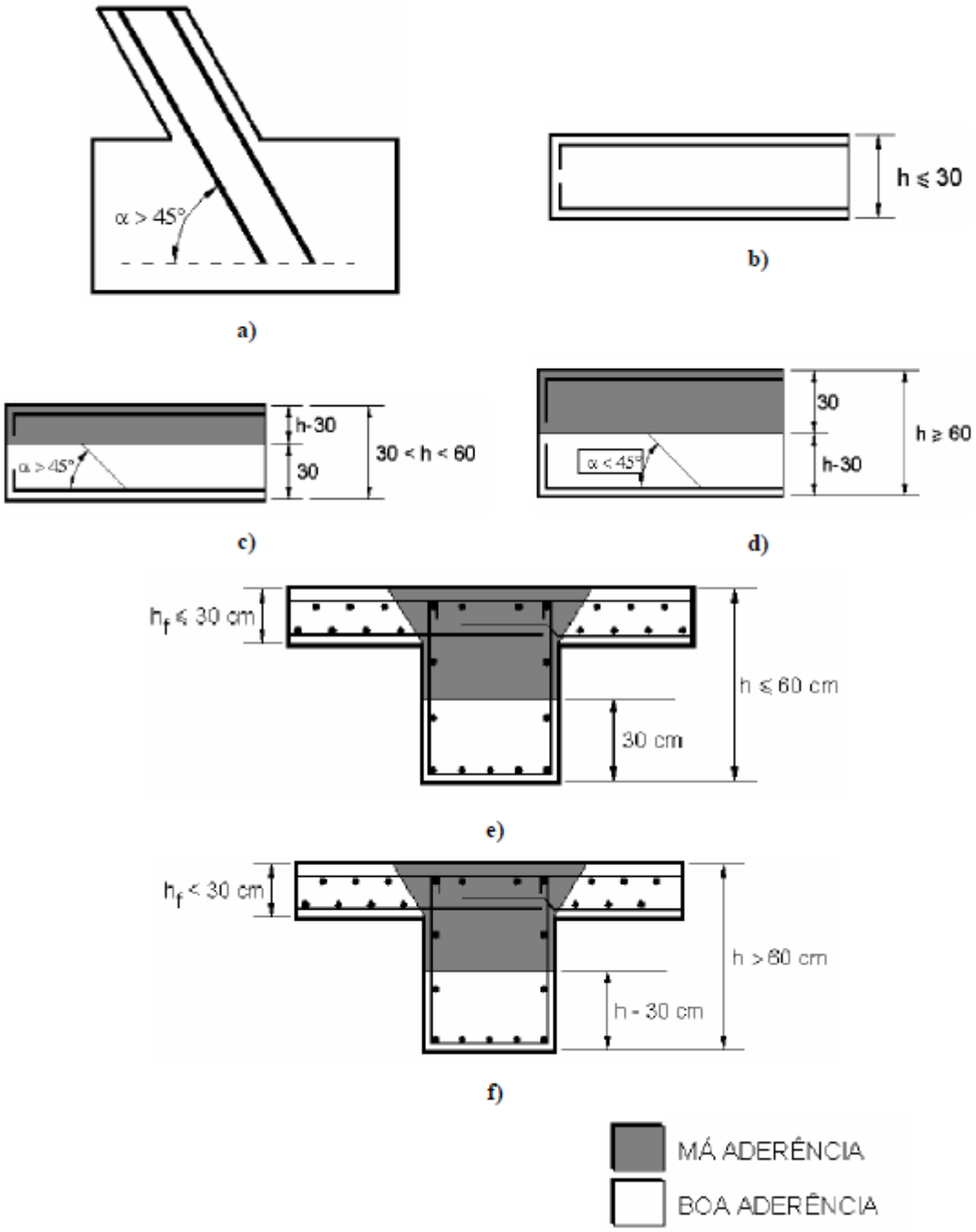


Figura 88 – Zonas de boa e má aderência

7.5. Valor da Tensão de Aderência de Cálculo

A tensão de aderência de cálculo entre, a armadura passiva e o concreto, deve ser obtida pela seguinte expressão:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd}$$

O valor de η_1 depende da conformação superficial da barra de aço. Para cada categoria de aço esse coeficiente (mínimo) é determinado através de ensaios de

acordo com a NBR 7477/1982

$$\eta_1 = \begin{cases} 1{,}00 \rightarrow barras\ lisas\ \ (CA-25) \\ 1{,}40 \rightarrow barras\ entalhadas\ \ (CA-60) \\ 2{,}25 \rightarrow barras\ nervuradas\ \ (CA-50) \end{cases}$$

O valor de η_2 é determinado pela posição relativa das barras de aço durante a concretagem, bem como da altura dessas barras em relação ao fundo da forma.

$$\eta_2 = \begin{cases} 1{,}00 \rightarrow para\ situações\ de\ boa\ aderência \\ 0{,}70 \rightarrow para\ situações\ de\ má\ aderência \end{cases}$$

A qualidade da aderência pode ser prejudicada pela segregação do concreto fresco durante, e logo após, a concretagem; o que pode provocar o acúmulo da água, que é posteriormente absorvido pelo concreto sob as armaduras, deixando porosa essa região.

O valor de η_3 é função do diâmetro, ∅, da barra de aço.

$$\eta_3 = \begin{cases} 1{,}00 \rightarrow \phi \leq 32mm \\ \dfrac{(132-\phi)}{100} \rightarrow \phi > 32mm \end{cases}$$

A resistência à tração de cálculo f_{ctd} depende da qualidade do concreto no qual esta imersa a barra de aço. É obtida a partir da resistência à tração direta f_{ctd} do concreto, que depende, por sua vez, do f_{ck}, conforme mostra as equações à seguir:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,\inf}}{\gamma_c} = \frac{0{,}7 \cdot 0{,}3 f_{ck}^{\ 2/3}}{\gamma_c} = \frac{0{,}21 f_{ck}^{\ 2/3}}{\gamma_c}$$, onde f_{ck} e f_{ctd} são expressos em MPa

7.6. Comprimento de ancoragem necessário

Nos casos em que a área efetiva da armadura $A_{s,ef}$ é maior que a área calculada $A_{s,calc}$, a tensão nas barras diminui e, portanto, o comprimento de ancoragem pode ser reduzido na mesma proporção. A presença de gancho na extremidade da barra, também permite a redução do comprimento de ancoragem, que pode ser calculado pela expressão:

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín}$$

onde:

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1{,}0 \rightarrow barras\ sem\ ganchos \\ 0{,}7 \rightarrow barras\ tracionadas\ com\ ganchos \end{cases}$$

Além disso, as barras com gancho devem apresentar cobrimento ≥ 3∅ no plano

normal ao do gancho.

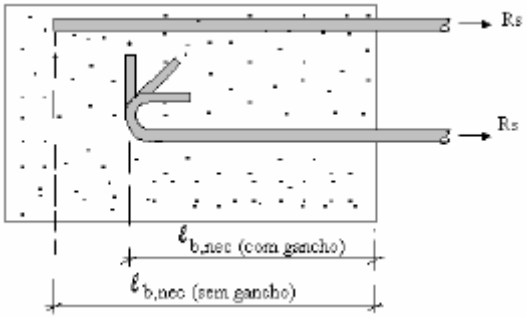


Figura 89 – $l_{b,nec}$ para barras sem gancho e com gancho

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0{,}3l_b \\ 10\phi \\ 10cm \end{cases}$$; este comprimento independe das barras serem comprimidas ou tracionadas.

7.7. Ancoragem de feixes de barras por aderência

Considera-se o feixe como uma barra de diâmetro equivalente igual a:

$$\phi_n = \phi_f \cdot n^{(1/2)}$$

onde ϕ_n é o diâmetro equivalente do feixe constituído de n barras com diâmetro ϕ_f.

7.8. Ancoragem por ganchos

Os ganchos das extremidades das barras da armadura longitudinal de tração podem ser:

- semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a 2ϕ (figura 90a);

- em ângulo de 45º (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a 4ϕ (figura 90b);

- em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior as 8ϕ (figura 90c).

Vale ressaltar que, as barras lisas deverão ser sempre ancoradas com ganchos, sendo recomendados os semicirculares.

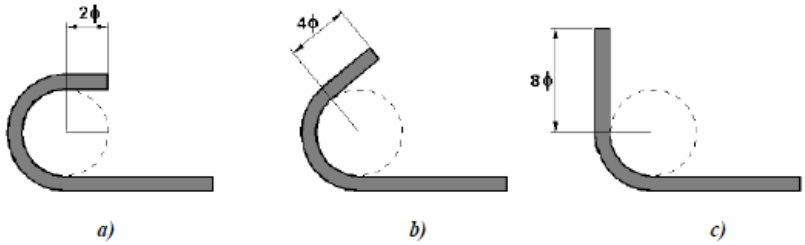


Figura 90 – Tipos de gancho (armadura de tração)

Segundo a NBR 6118/2003, o diâmetro interno da curvatura dos ganchos das armaduras longitudinais de tração deve ser pelo menos igual ao estabelecido na tabela 27. Esta limitação visa não apenas tornar o dobramento exeqüível como também limitar o esmagamento do concreto nessa região.

Tabela 27 – Diâmetro dos pinos de dobramento

Ø (mm)	CA-25	CA-50	CA-60
< 20mm	4Ø	5Ø	6Ø
≥ 20mm	5Ø	8Ø	-

7.9. Ancoragem dos estribos

A ancoragem dos estribos deve, necessariamente, ser garantida por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas. Os ganchos dos estribos podem ser:

- semicirculares ou em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento igual a 5ϕ, porém não inferior a 5cm (figura 91a);

- em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a 10ϕ, porém não inferior a 7cm (figura 91b). Destaca-se que este tipo de gancho não deve ser utilizado para barras e fios lisos.

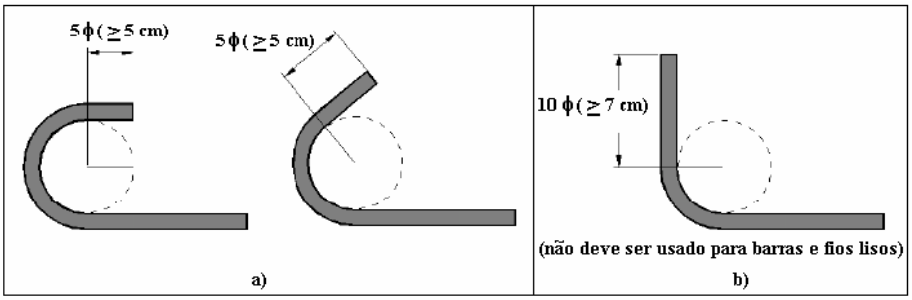


Figura 91 – Tipos de gancho (estribos)

Na tabela 28 estão relacionados os diâmetros dos pinos de dobramento dos ganchos das armaduras transversais:

Tabela 28 – Diâmetro dos pinos de dobramento para estribos

Diâmetro (mm)	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
≤ 10	$3Ø_t$	$3Ø_t$	$3Ø_t$
10 < Ø < 20	$4Ø_t$	$5Ø_t$	-
≥ 20	$5Ø_t$	$8Ø_t$	-

7.10. Emendas da barras

As emendas nas barras devem ser evitadas sempre que possível, aproveitando-se integralmente o comprimento das mesmas. No entanto, é comum a necessidade de se efetuar emendas nas barras de aço para atender as necessidades de detalhamento. Nesses casos é fundamental garantir que ocorra a transmissão de esforços de uma barra a outra.

As emendas podem ser:

- por traspasse (transpasse ou trespasse);
- por luvas com preenchimento metálico, rosqueadas ou prensadas;
- por solda;
- por outros dispositivos devidamente justificados.

A primeira é denominada emenda indireta, por não haver o contato entre as barras, e as demais, emenda direta.

Emendas por traspasse

São aquelas que necessitam do concreto para a transmissão dos esforços de uma barra a outra. As barras estão aderidas ao concreto, e, quando tracionadas, provocam o aparecimento de bielas de concreto comprimido, que transferem a força aplicada em uma barra à outra (figura 92).

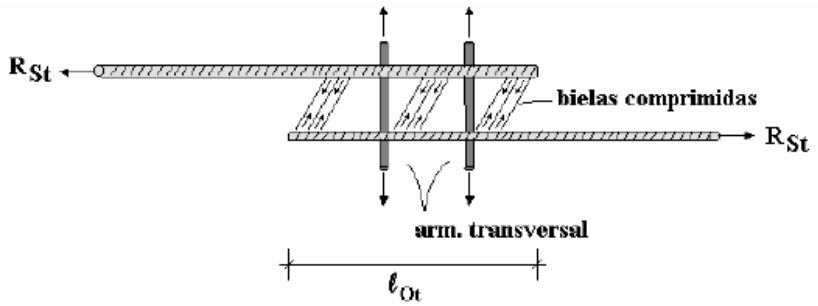


Figura 92 – Transmissão de esforços em uma emenda por traspasse

A emenda por traspasse não é permitida para os seguintes casos:

- barras com bitola maior que 32 mm;
- tirantes e pendurais (elementos estruturais lineares de seção inteiramente tracionada);
- feixes cujo diâmetro do círculo de mesma área seja superior a 45 mm.

Tração

$$l_{0t} = \alpha_{0t} \cdot l_{b,nec} \geq l_{0t,mín}$$

$$l_{ot,mín} \geq \begin{cases} 0{,}3 \cdot \alpha_{0t} \cdot l_b \\ 15\phi \\ 20cm \end{cases}$$

Compressão

$$l_{0c} = l_{b,nec} \geq l_{0c,mín}$$

$$l_{oc,mín} \geq \begin{cases} 0{,}6 l_b \\ 15\phi \\ 20cm \end{cases}$$

Tabela 29 – Valores do coeficiente α_{0t}

Barras emendadas na mesma seção (%)	≤ 20	25	33	50	≥ 50
Valores de α_{0t}	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

Proporção das barras emendadas

Consideram-se, como na mesma seção transversal, as emendas que se superpõem ou cujas extremidades mais próximas estejam afastadas de menos que 20% do comprimento do trecho de traspasse (figura 93). Para barras com diâmetros diferentes, o comprimento de traspasse deve ser calculado pela barra de maior diâmetro.

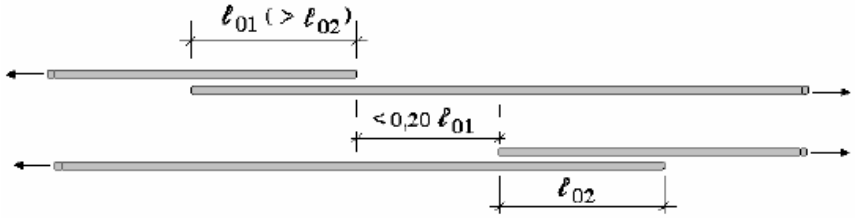


Figura 93 – Critério de barras emendadas na mesma seção

A proporção máxima de barras tracionadas da armadura principal emendadas por traspasse na mesma seção transversal do elemento estrutural deve ser a indicada na tabela 30.

Tabela 30 – Proporção de barras tracionadas emendadas

Tipo de barra	Situação	Tipo de carregamento	
		Estático	Dinâmico
Alta aderência	Em uma camada	100%	100%
	Em mais de uma camada	50%	50%
Lisa	Ø < 16 mm	50%	25%
	Ø ≥16 mm	25%	25%

Quando se tratar de armadura permanentemente comprimida ou de distribuição, todas as barras podem ser emendadas na mesma seção.

Armadura transversal nas emendas por traspasse, em barras isoladas

Conforme já mencionado, a transferência de esforço de uma barra para outra se faz através de bielas comprimidas de concreto. Logo, existe a necessidade da colocação de uma armadura transversal à emenda com o objetivo de equilibrar essas bielas. Como armadura transversal nessa região pode ser levada em consideração os ramos horizontais dos estribos.

Emendas de barras tracionadas da armadura principal

Quando $\phi < 16$ mm e a proporção de barras emendadas na mesma seção for menor que 25 %, faz-se necessária uma armadura transversal capaz de resistir a 25% da força longitudinal de uma das barras ancoradas.

Nos casos em que $\phi \geq 16$ mm ou quando a proporção de barras emendadas na mesma seção for maior ou igual a 25 %, a armadura transversal deve:

- Ser capaz de resistir a uma força igual à de uma barra emendada, considerando os ramos paralelos ao plano da emenda;

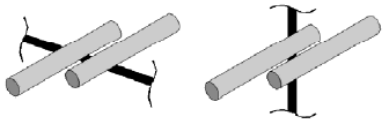


Figura 94 – Ramos paralelos

- Ser constituída por barras fechadas se a distância entre as duas barras mais próximas de duas emendas na mesma seção for < 10ϕ (ϕ = diâmetro da barra emendada);

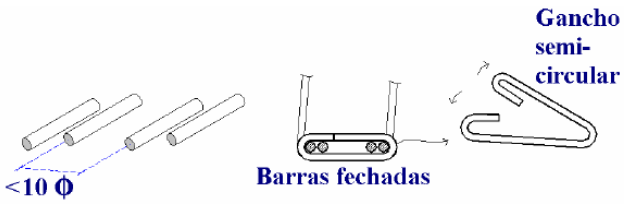


Figura 95 – Distância entre duas barras < 10ϕ

- Concentrar-se nos terços extremos das emendas.

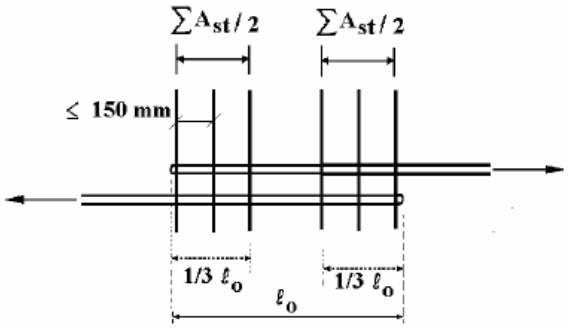


Figura 96 – Armadura transversal nas emendas para barras tracionadas

Emendas de barras comprimidas

Devem ser mantidos os critérios estabelecidos para o caso anterior, com pelo menos uma barra de armadura transversal posicionada 4ϕ além das extremidades da emenda.

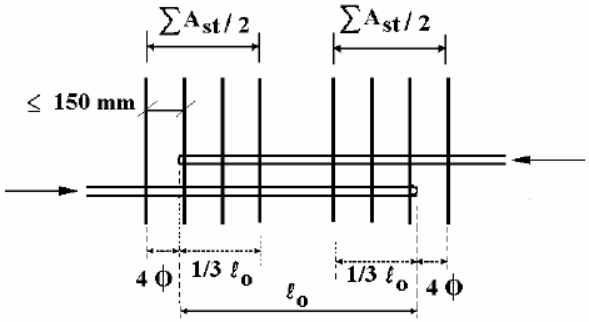


Figura 97 – Armadura transversal nas emendas para barras comprimidas

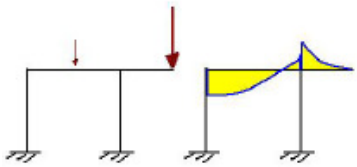
7.11. Ancoragem das barras longitudinais em vigas

Nem todas as barras da armadura longitudinal, dimensionadas para o máximo momento fletor de cálculo, necessitam chegar ao apoio. Algumas delas podem ser interrompidas, economizando armadura, desde que estejam devidamente ancoradas no concreto. Deve-se, no entanto, garantir que uma quantidade mínima necessária seja ancorada nos apoios.

Ancoragem nos apoios

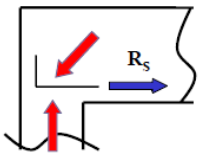
A armadura longitudinal de tração junto aos apoios deve ser calculada para satisfazer a mais severa das condições expostas nos itens abaixo:

a) no caso de ocorrência de momentos positivos, a armadura obtida através do dimensionamento da seção;



b) em apoios extremos, para garantir a ancoragem da diagonal de compressão, necessita-se de uma área de armadura capaz de resistir a uma força de tração R_s dada por:

$$R_s = \left(\frac{a_l}{d}\right) V_{d,face} + N_d \text{, onde:}$$



- $V_{d,face}$ é a força cortante na face do apoio;
- N_d é a força de tração eventualmente existente;
- d é a altura útil da seção transversal;
- a_l é o valor do deslocamento do diagrama de momento, que ocorre em função do comportamento de treliça de uma viga fissurada, que será visto adiante.

Na flexão simples, o esforço a ancorar é dado por: $R_s = \left(\frac{a_l}{d}\right) V_{d,face}$

A armadura p/ resistir a esse esforço, com tensão $\sigma_s = f_{yd}$, é dada por: $A_{s,calc} = R_s/f_{yd}$

c) em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão ($A_{s,vão}$), correspondente ao máximo momento positivo do tramo ($M_{vão}$), de modo que:

$\Rightarrow A_{s,apoio} \geq A_{s,vão}/3 \geq 2$ barras, para momentos nos apoios nulos ou negativos inferiores a 0,5 do momento máximo no vão (figura 98a)

$\Rightarrow A_{s,apoio} \geq A_{s,vão}/4 \geq 2$ barras, para momentos nos apoios negativos e maiores que 0,5 do momento máximo no vão (figura 98b)

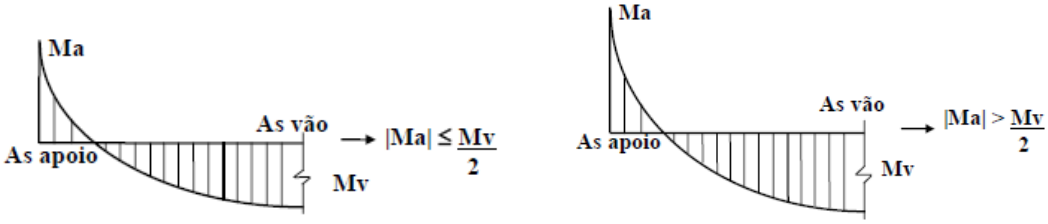


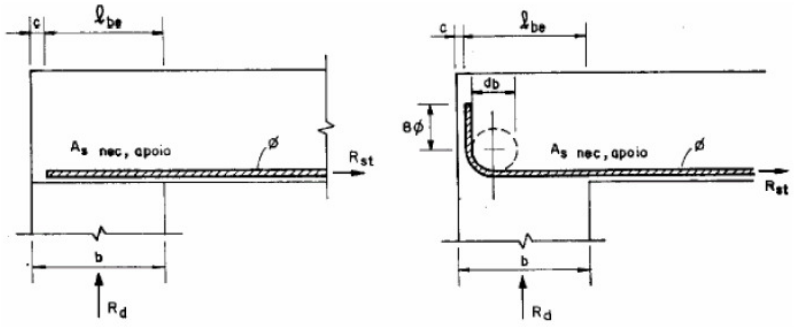
Figura 98 – Diagrama de momento fletor

Comprimento mínimo de ancoragem em apoios extremos

Em apoios extremos, para os casos (b) e (c) anteriores, a NBR 6118/2003 prescreve que as barras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimento mínimo dado por:

$$l_{be,mín} \geq \begin{cases} l_{b,nec} \ \ (visto\ anteriormente) \\ (r + 5{,}5\phi), \ \ sendo\ r\ o\ raio\ de\ dobramento \\ 6\ \ cm \end{cases}$$ (tabela 27)

Desta forma, pode-se determinar o comprimento mínimo necessário do apoio (figura 99):



a) Barra com ponta reta *b) Barra com gancho*

Figura 99 – Ancoragem no apoio

A NBR 6118/2003 estabelece que quando houver cobrimento da barra no trecho do gancho, medido normalmente ao plano do gancho, de pelo menos 7 cm, e as ações acidentais não ocorrerem com grande freqüência com seu valor máximo, o primeiro dos três valores anteriores pode ser desconsiderado, prevalecendo as duas condições restantes.

Armadura necessária em apoios extremos

Na expressão do comprimento de ancoragem necessário, tem-se que:

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín}$$

onde:

Impondo $l_{b,nec} = l_{b,disponível}$ e $A_{s,nec} = A_{s,ef}$, se obtém :

$$A_{s,nec} = \frac{\alpha_1 \cdot l_b \cdot A_{s,calc}}{l_{b,disponível}}$$

Portanto, a área das barras ancoradas no apoio não pode ser inferior a $A_{s,nec}$.

Deslocamento a_l do diagrama

O valor de a_l é dado pela expressão:

$$a_l = d\left[\frac{V_{Sd,máx}}{2\left(V_{Sd,máx} - V_c\right)}\left(1 + \cot g\,\alpha\right) - \cot g\,\alpha\right], \text{ onde:}$$

$V_c = V_{c0} = 0{,}6 \,.\, f_{ctd} \,.\, b_w \,.\, d$

f_{ctd} = resistência de cálculo à tração direta = 0,15 $f_{ck}^{2/3}$ (em MPa)

Nos casos usuais, onde a armadura transversal (estribos) é normal ao eixo da peça (α = 90°), a expressão de a_l resulta:

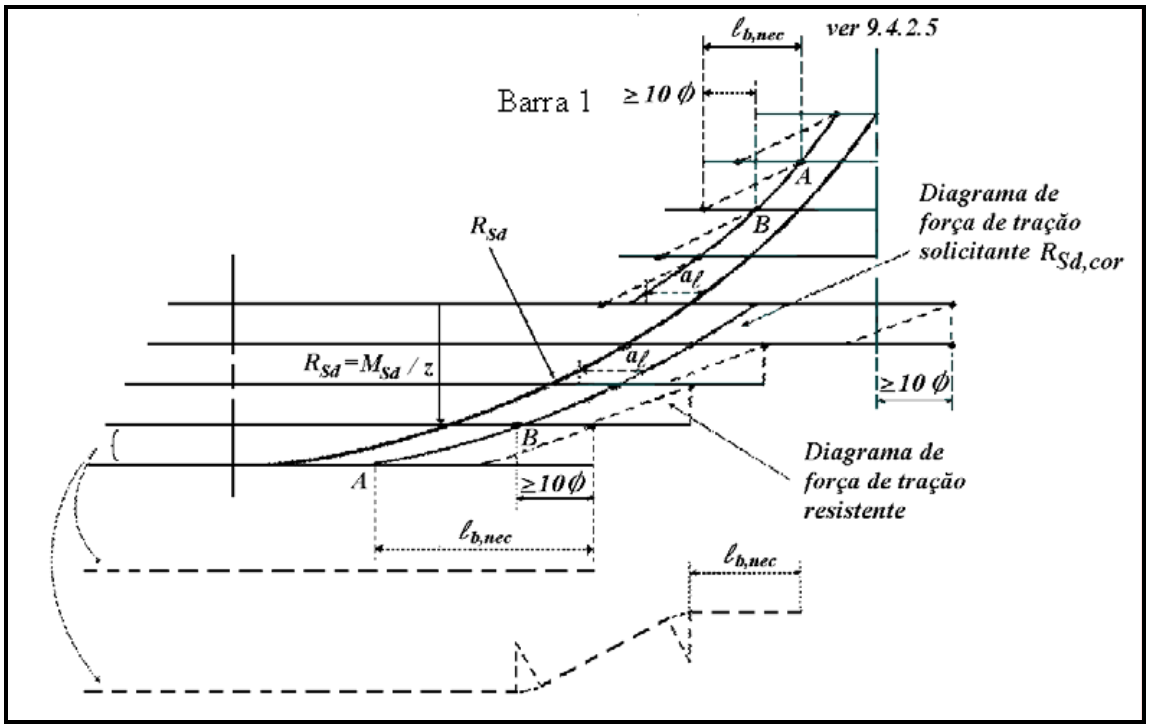
$$a_l = d\left[\frac{V_{Sd,máx}}{2\left(V_{Sd,máx} - V_c\right)}\right] \text{ ou } a_l = d\left[\frac{\tau_{Sd}}{2\left(\tau_{Sd} - \tau_{c0}\right)}\right] \text{(em função de } \tau\text{)}$$

- $a_l \geq 0{,}2d$ para estribos inclinados a 45º ou 0,5d para estribos a 90º (caso geral)

- $a_l \leq d$ (limite sugerido com base na versão anterior da norma brasileira)

- Para valores negativos usar $a_l = d$

Ponto de início da ancoragem



A → ponto de início de ancoragem da barra (onde a tensão σ_s começa a diminuir).

B → ponto teórico de tensão σ_s nula. Ponto de início de dobramento para as barras dobradas.

Figura 100 – Ancoragem de barras em peças fletidas

Define-se a seguir em que ponto ao longo do vão da viga se pode retirar de serviço a barra da armadura longitudinal tracionada de flexão, o que normalmente é feito na prática com o propósito de diminuir o consumo de aço na viga e, conseqüentemente, gerar economia.

Para determinar em que seção pode-se retirar de serviço uma barra da armadura de flexão, deve-se deslocar o diagrama de momentos fletores no sentido mais desfavorável do valor a_l. Após determinadas, a quantidade e a bitola das barras de flexão, pode-se dividir a ordenada do momento máximo em tantas partes forem as

barras indicadas para se combater o momento. Pelos pontos de divisão, traçam-se linhas paralelas ao eixo da viga até encontrar o diagrama de momento deslocado. Dessa forma, podemos começar a retirar de serviço a armadura nos pontos de interseção (ponto A da figura 100), ancorando a partir desta seção. No caso de ancoragem reta a mesma deverá ser tal que ultrapasse a seção B (figura 100) em pelo menos 10∅.

Cobrimento do diagrama de momento fletor

Barras com o mesmo diâmetro

a) Para Armadura Tracionada

ai) Divide-se o diagrama deslocado de a_l em (n) faixas, onde (n) representa o nº de barras escalonadas de comprimentos diferentes.

aii) Cada faixa terá uma altura X igual a (figura 101): $X = M_{máx}/n$

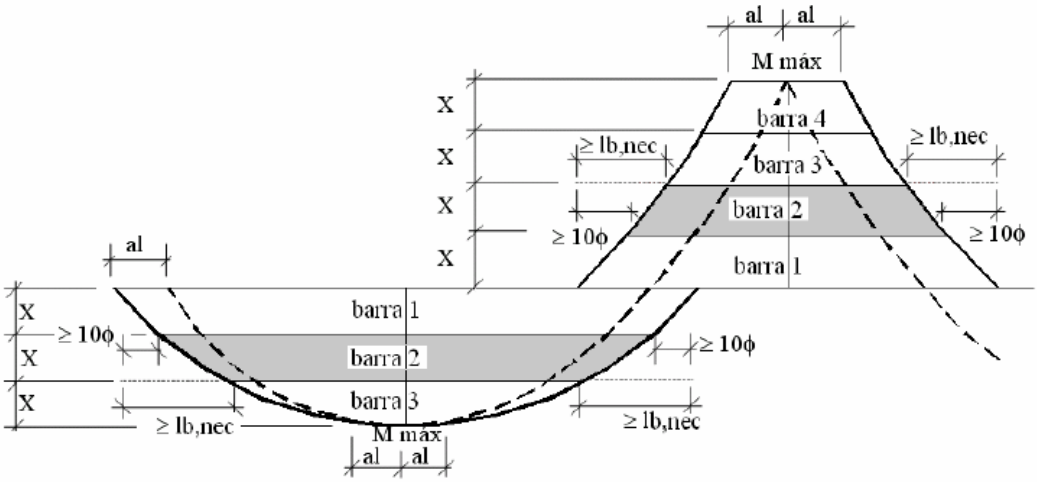


Figura 101 – Divisão do diagrama de momento fletor deslocado em faixas

b) Para Armadura Comprimida

Para as barras comprimidas (A_s'), não há necessidade de se efetuar o deslocamento do diagrama do valor a_l, em função da analogia com a treliça clássica (figura 102).

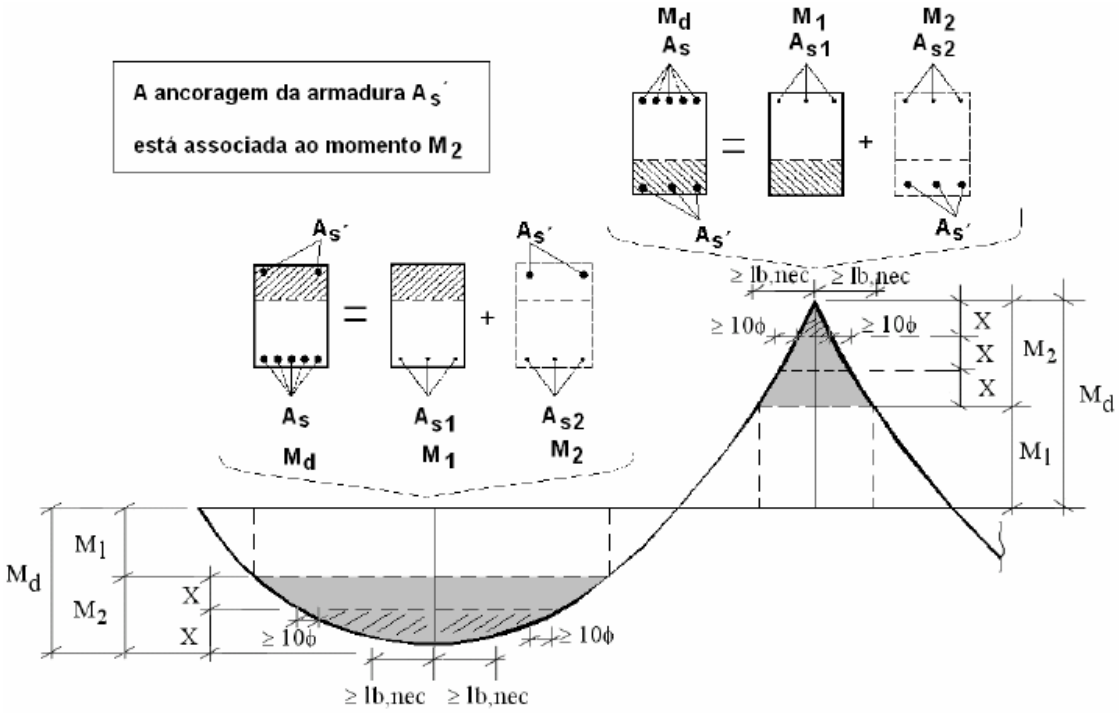


Figura 102 – Armadura comprimida: diagrama de momento fletor sem deslocamento

Barras com diâmetros diferentes

Nesse caso, deve-se usar l_b ao invés de $l_{b,\,nec}$ e a altura de cada faixa (X_i) será proporcional à área de cada barra :

$$X_i = \frac{M_{máx}}{A_{s,total}} \cdot A_{si}$$, onde:

$A_{s,total}$ é a armadura total calculada para resistir a $M_{máx}$ e A_{si} é a área da(s) barra(s) responsável(is) por absorver o quinhão de esforço X_i.

Exercícios de detalhamento/dimensionamento

Apresenta-se, a seguir, um exemplo do procedimento a ser seguido no processo de interrupção de barras.

Primeiro Passo: Dividir o diagrama de momento em faixas.

Neste exemplo, adotam-se quatro barras de mesmo diâmetro para resistir ao momento máximo positivo. Deste modo, o diagrama pode ser dividido em 4 faixas de mesma altura. Cada faixa vai ter um comprimento (*l*) na face superior e outro na face inferior. Este comprimento pode ser obtido por meio de cálculo ou de um desenho em escala (figura 103).

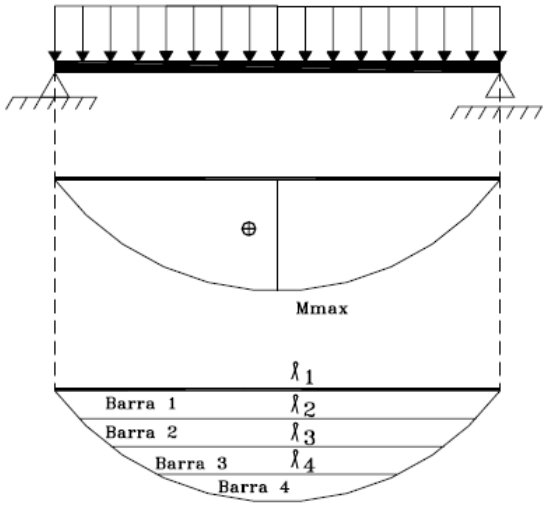


Figura 103 – Divisão do diagrama de momento fletor em faixas

Segundo Passo: Deslocamento do diagrama de momento fletor: a_l (figura 104)

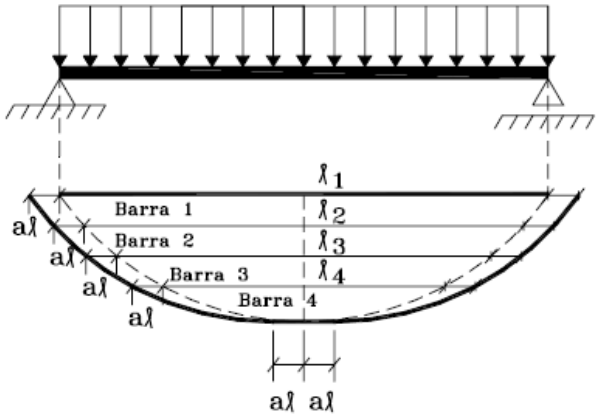


Figura 104 – Deslocamento do diagrama

Terceiro Passo: Ancoragem das barras nos apoios extremos (N1 e N2)

Supondo que seja necessário ancorar duas barras nos apoios extremos, escolhem-se as barras que apresentam os maiores comprimentos para se estenderem ao longo de toda a viga e serem ancoradas nos apoios. É o caso das barras N1 e N2 (figura 105).

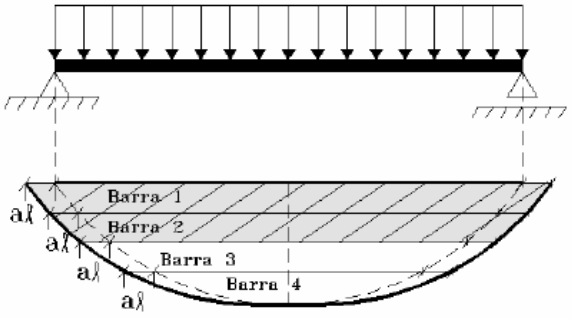


Figura 105 – Ancoragem das barras nos apoios extremos

Quarto Passo: Interrupção das barras restantes (N3 e N4)

A ancoragem da barra tem início na seção onde a sua tensão σ_s começa a diminuir e deve prolongar-se pelo menos 10∅ além do ponto teórico de tensão σ_s nula. Para cada faixa, faz-se a seguinte análise:

a) no ponto do diagrama deslocado, onde o momento começa a diminuir, deve-se somar o comprimento de ancoragem $l_{b,nec}$.

b) no ponto onde o momento fletor foi totalmente absorvido pela barra, soma-se o valor de 10∅.

c) o comprimento da barra devidamente ancorada será o maior entre os comprimentos das faces inferior e superior da faixa.

Portanto:

- Barra 4 (faixa 4, figura 106)

$$l_{barra} \geq \begin{cases} l_4 + 2a_l + 2\times 10\phi \\ 2a_l + 2l_{b,nec} \end{cases}$$

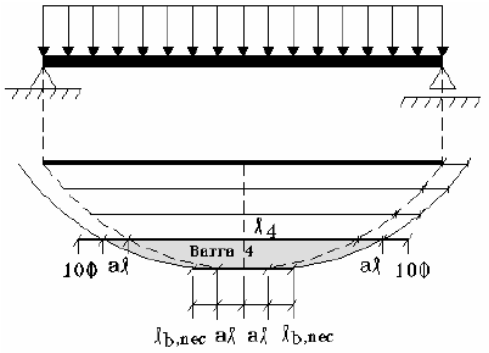


Figura 106 – Ancoragem da barra 4

- Barra 3 (faixa 3, figura 107)

$$l_{barra} \geq \begin{cases} l_3 + 2a_l + 2\times 10\phi \\ l_4 + 2a_l + 2l_{b,nec} \end{cases}$$

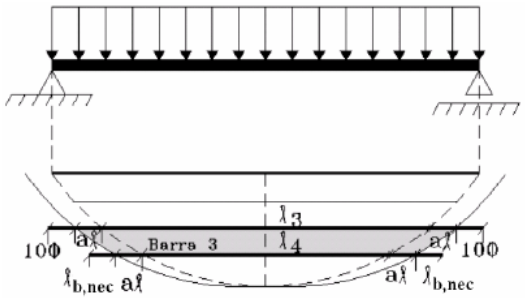


Figura 107 – Ancoragem da barra 3

Observação: o procedimento apresentado é válido também para as barras tracionadas posicionadas junto às bordas superiores das vigas, ou seja, aquelas que absorvem momentos fletores de cálculo convencionados como negativos (figura 108).

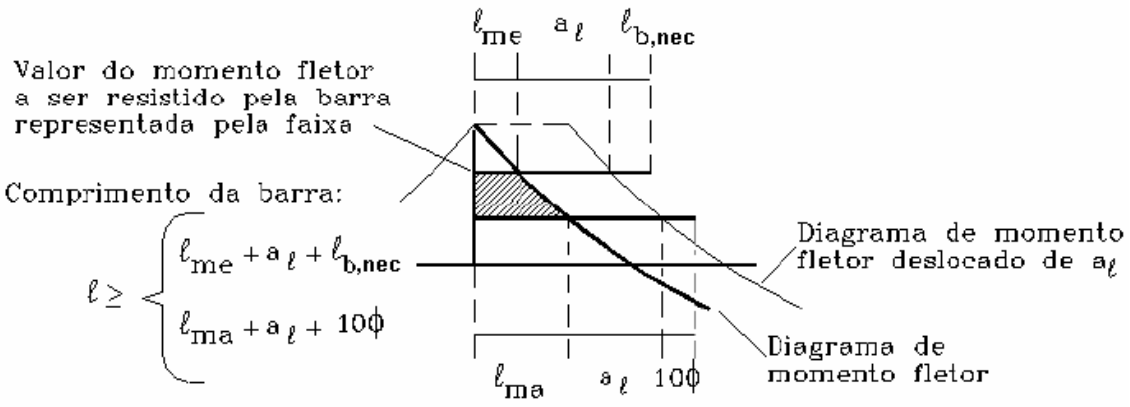
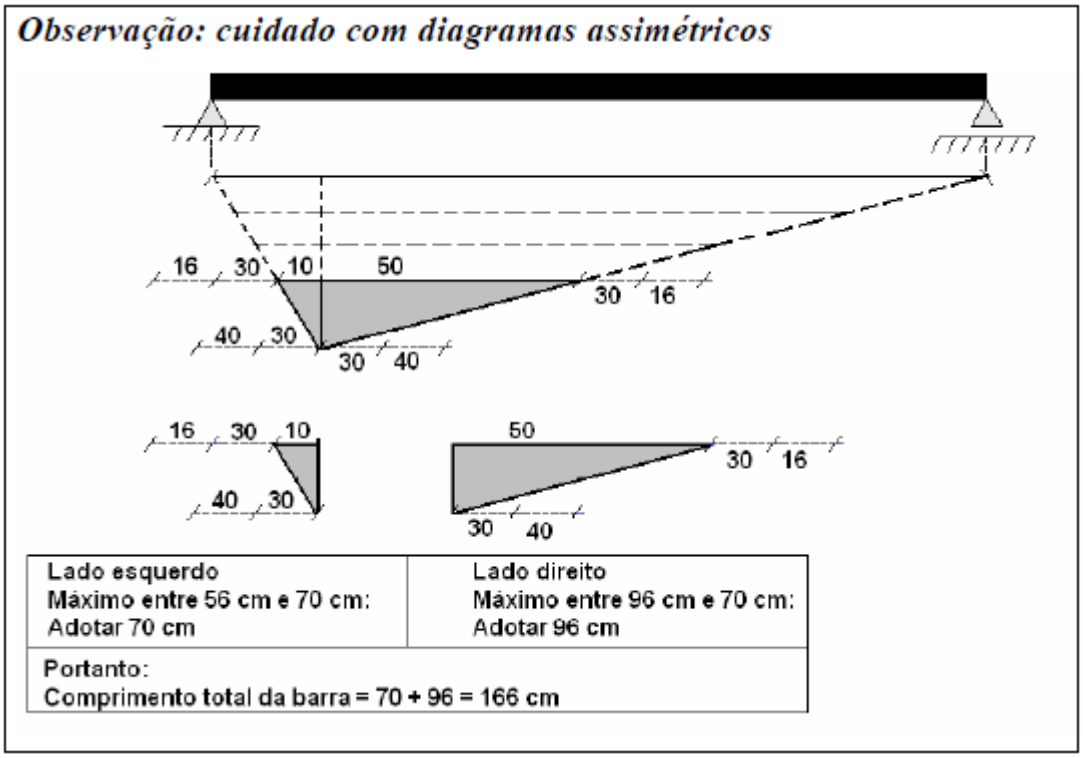


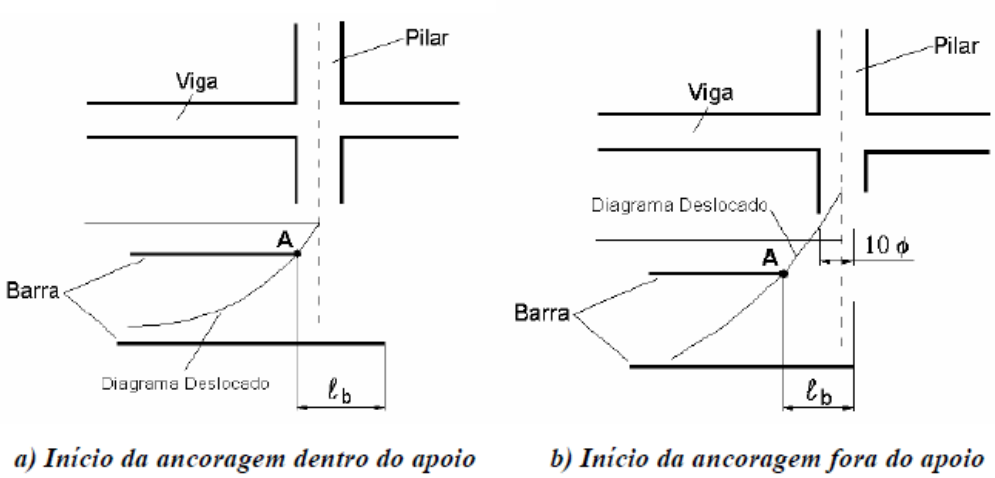
Figura 108 – Ancoragem de barras tracionadas referentes a momentos negativos



7.12. Ancoragem em apoios intermediários

Se o ponto A de início de ancoragem estiver na face do apoio ou além dela (figura 109a) e a força R_s diminuir em direção ao centro do apoio, o trecho de ancoragem deve ser medido a partir dessa face, com a força R_s dada anteriormente.

Quando o diagrama de momentos fletores de cálculo (já deslocado de a_l) não atingir a face do apoio (figura 109b), as barras prolongadas até o apoio devem ter o comprimento de ancoragem marcado a partir do ponto A e, obrigatoriamente, devem ultrapassar 10∅ da face de apoio.



a) Início da ancoragem dentro do apoio *b) Início da ancoragem fora do apoio*

Figura 109 – Ancoragem em apoios intermediários

Quando houver qualquer possibilidade da ocorrência de momentos positivos nessa região, provocados por situações imprevistas, particularmente por efeitos de vento e eventuais recalques, as barras deverão ser contínuas ou emendadas sobre o apoio.

7.13. Ancoragem de viga engastada elasticamente no pilar

Sempre que no cálculo for considerada a transmissão de momento fletor da viga para o pilar (figura 110), é preciso prever armaduras no nó viga/pilar que garanta a existência e transferência desse momento fletor.

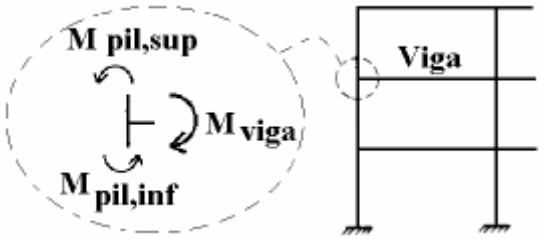


Figura 110 – Viga engastada no pilar

Duas situações distintas podem ocorrer em função da distribuição das tensões normais que atuam no pilar:

a) quando o pilar apresenta somente tensões de compressão pode-se adotar uma ancoragem comum (figura 111).

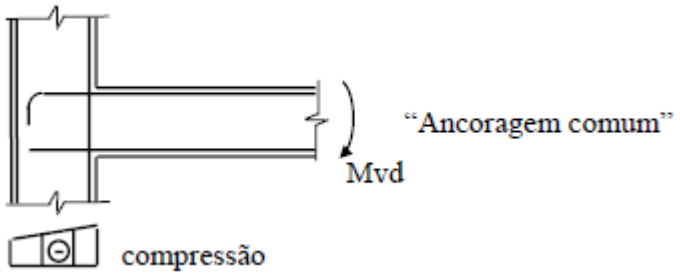


Figura 111 – Pilar submetido somente a tensões de compressão

b) quando o pilar apresenta tensões de tração e compressão, deve-se garantir um comprimento do trecho reto do gancho igual ao comprimento equivalente a uma emenda por traspasse, relativo a uma barra tracionada (l_{0t}). Além disso, deve-se adotar o raio de curvatura do gancho indicado na figura 112.

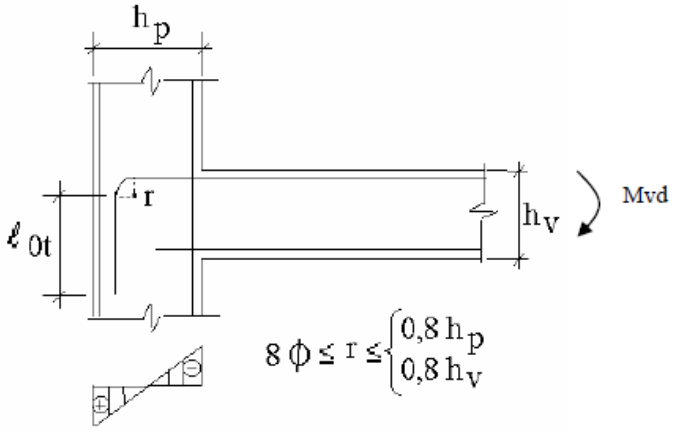


Figura 112 – Pilar submetido a tensões de tração e de compressão

Além disso, segundo LEONHARDT (1977), a transmissão dos momentos fletores da viga para os pilares extremos contínuos provoca, na região do nó, não só esforços de tração na direção diagonal, como também altas tensões de aderência na armadura tracionada do pilar (figura 113).

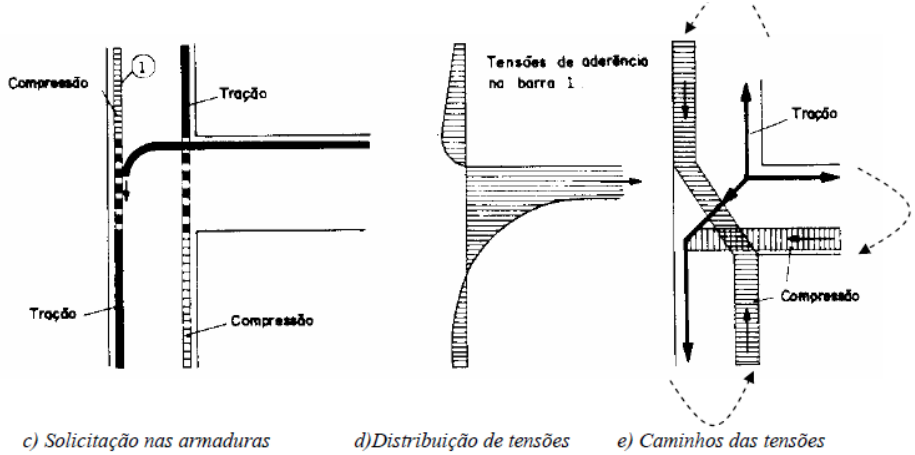
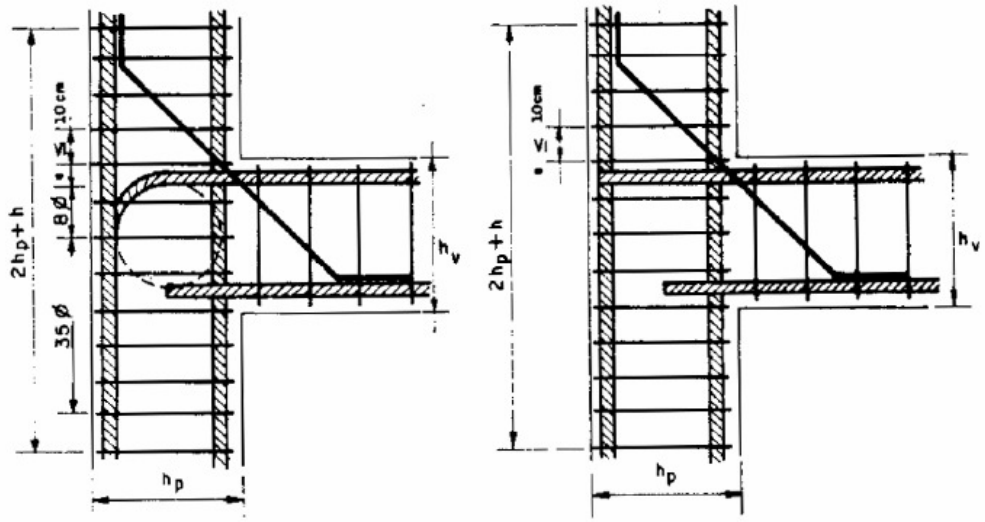


Figura 113 – Tensões de tração e de compressão na região do nó

O detalhamento recomendado por LEONHARDT está mostrado na figura 114. A armadura inclinada deve ter área igual a metade da área da armadura a ancorar, e o diâmetro das barras deve ser igual a 70% do diâmetro das barras daquela armadura. Os estribos do pilar devem ter o espaçamento reduzido para 10 cm (no máximo) no trecho de comprimento igual a duas vezes a largura do pilar (medida na direção da viga), acrescido da altura da viga.



a) Ancoragem em dobra *b) Ancoragem reta*

Figura 114 – Detalhamento recomendado por LEONHARDT (1977)

7.14. Ancoragem na extremidade de balanços

As barras que chegam até a extremidade de um balanço deverão ser ancoradas em forma de gancho, conforme mostrado na figura 115.

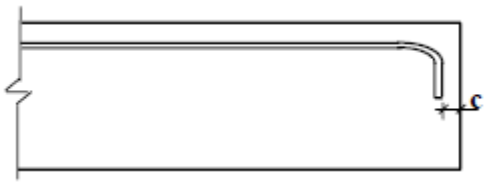


Figura 115 – Ancoragem da barra na extremidade de um balanço

Quando a extremidade do balanço servir de apoio para outro elemento (geralmente vigas), a armadura ancorada deverá ser capaz de resistir ao seguinte esforço R_{st} (figura 116):

$$R_{st} = \frac{V_d \cdot a_l}{d}$$

O trecho efetivo disponível para ancoragem de barra vale: l_{be} = b_{w2} - c. Quando $l_{be} < l_{b,nec}$ é comum recorrer-se ao uso de grampos.

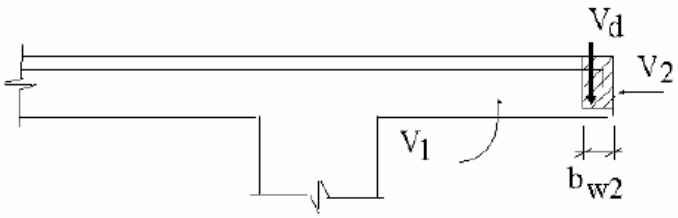


Figura 116 – Ancoragem da barra em extremidade de balanço carregado

É comum, para proteger a borda livre, estender o gancho da armadura superior até a face inferior da viga, respeitados os cobrimentos (figura 117).

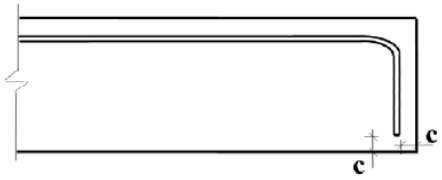


Figura 117 – Detalhe do gancho na extremidade de um balanço

7.15. Ancoragem da armadura transversal em vigas (Estribos)

A ancoragem dos estribos (das vigas e dos pilares) deve ser garantida através de ganchos nas extremidades. Estes ganchos devem ter, em cada uma de suas quinas, uma barra longitudinal de diâmetro adequado.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT); **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento (NBR 6118/2003).** Rio de Janeiro, 2003, 170p.
2. Giongo, José Samuel; **Concreto Armado: Projeto Estrutural de Edifícios.** Apostila – Escola de Engenharia de São Carlos, 2007, 176p.
3. Pinheiro, Libânio M; **Fundamentos do Concreto e Projetos de Edifícios.** Apostila – Escola de Engenharia de São Carlos, 2007, 379p.
4. Associação de Ensino e Cultura "Pio Décimo" S/C Ltda; **Notas de aula – Concreto Armado I.** Aracaju, 2006, 62p.
5. Simplício, Marcos Antônio de Souza; **Notas de aula – Concreto Armado I.** 2011, 63p.
6. Bastos, Paulo Sérgio dos Santos; **Ancoragem e Emenda de Armaduras.** Apostila – UNESP, 2006, 37p.
7. Bastos, Paulo Sérgio dos Santos; **Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado à Força Cortante.** Apostila – UNESP, 2008, 99p.
8. Bastos, Paulo Sérgio dos Santos; **Flexão Normal Simples - Vigas.** Apostila – UNESP, 2010, 88p.
9. Bastos, Paulo Sérgio dos Santos; **Fundamentos do Concreto Armado.** Apostila – UNESP, 2006, 92p.
10. Silva, Ney Amorim; **Concreto Armado.** Apostila – UFMG/DEEs, 2005, 151p.
11. Alva, Gerson Moacyr Sisniegas; **Notas de aula – Comportamento dos Materiais e das estruturas.** UFSM, 23p.
12. Chaer, Alberto Vilela; Oliveira, Maria das Graças Duarte; **Fundamentos do Concreto Armado.** Universidade Católica de Goiás, 19p.
13. Grossi, Renato Martins; **Estruturas de Concreto Armado I – Notas de Aula.** Escola de Engenharia Kennedy, 2011, 121p.
14. D'Avila, Virgínia Maria Rosito; **Estruturas de Concreto Armado I - Cisalhamento.** Apostila – UFRGS, 7p.
15. Araújo, Rodrigues e Freitas; **Materiais de Construção – Concreto Armado.** 18p.
16. Almeida, Luiz Carlos de; **Concreto – Notas de aula.** Universidade Estadual de Campinas, 2002, 24p.

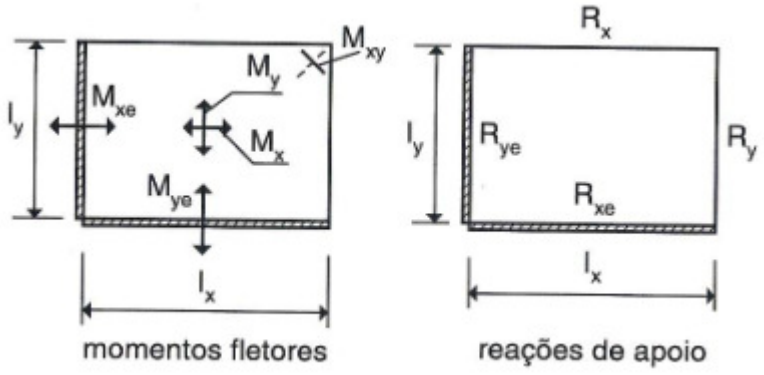
17. Batista, João; **Concreto Armado I – Notas de aula.** UFOP, 2010, 36p.
18. Almeida, Rodrigo Ribeiro de; Azevedo, Minos Trocoli de; **Fissuras de Flexão em Vigas de Concreto Armado.** Artigo – Universidade Católica de Salvador, 2008, 15p.
19. Filho, Américo Campos; **Projeto de Lajes Maciças de Concreto Armado.** Apostila – UFRGS, 2011, 41p.
20. Filho, Américo Campos; **Dimensionamento de Seções Retangulares de Concreto Armado à Flexão Composta Normal.** Apostila – UFRGS, 2011, 34p.
21. Escola Politécnica de Engenharia de Estruturas e Fundações; **Referência para Cálculo de Concreto Armado.** São Paulo, 2000, 29p.
22. Freitas Jr., José de Almendra; **Materiais de Construção – Aços para Concreto.** Notas de aula – Universidade Federal do Paraná, 142p.
23. Universidade Federal do Paraná (UFPR); **Aderência entre o Concreto e o Aço – Capítulo 7.** Coritiba, 2004, 59p.
24. Belgo Mineira; **Catálogos.** 2012, www.belgomineira.com.br
25. Gerdau; **Catálogos.** 2012, www.gerdau.com.br
26. Fusco, P. B; **Estruturas de Concreto - Fundamentos do Projeto Estrutural.** São Paulo, Ed. USP e McGraw-Hill, 1976, 298p.
27. Fusco, P. B; **Estruturas de Concreto - Solicitações Normais.** Rio de Janeiro, Ed. Guanabara Dois, 1981, 464p.
28. Fusco, P. B; **Técnica de Armar as Estruturas de Concreto.** São Paulo, Ed. Pini, 2000, 382p.
29. Leonhardt, F.; Mönnig, E.; **Construções de Concreto – Princípios Básicos do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado, v1.** Rio de Janeiro, Ed. Interciência, 1982, 305p.
30. Pfeil, W; **Concreto Armado, v1, v2 e v3.** Rio de Janeiro, Ed. Livros Técnicos e Científicos, 1989.
31. Süssekind, J. C.; **Curso de Concreto, v1 e v2.** Porto Alegre, Ed. Globo, 1985.
32. Araújo, J. M.; **Curso de Concreto Armado, v1, v2, v3 e v4.** Rio Grande/RS, Ed. Dunas, 2004.
33. Melges, José Luiz Pinheiro; **Aderência – Notas de aula.** Apostila – UNESP, 2009, 41p.

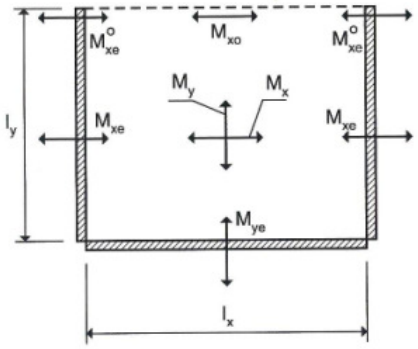
9. ANEXO A – TABELA DE CARREGAMENTOS

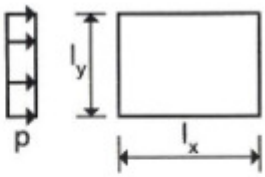
Local		Carga KN/m^2
1- Arquibancadas		4
2- Balcões	Mesma carga da peça com a qual se comunica e as previstas para parapeitos e balcões (ver adiante)	-
3- Bancos	Escritórios e banheiros Salas de diretoria e de gerência	2 1,5
4- Bibliotecas	Sala de leitura Sala para depósito de livros Sala com estantes de livro, a ser determinada em cada caso ou 2,5 kN/m^2 por metro de altura observado, porém o valor mínimo de	2,5 4 6
5- Casa de máquinas	(incluindo o peso das máquinas) a ser determinada em caso, porém com o valor mínimo de	7,5
6- Cinemas	Platéia com assentos fixos Estúdio e platéia com assentos móveis Banheiro	3 4 2
7- Clubes	Sala de refeição e assembléia com assentos fixos Sala de assembléia com assentos móveis Salão de danças e salão de esportes Sala de bilhar e banheiro	3 4 5 2
8- Corredores	Com acesso ao público Sem acesso ao público	3 2
9- Cozinhas não residenciais	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
10- Depósitos	A ser determinada em cada caso e na falta de valores experimentais conforme a tabela 1 da NBR-6120	-
11- Edifícios residenciais	Dormitório, sala, copa, cozinha e banheiro Despensa, área de serviço e lavanderia	1,5 2
12- Escadas	Com acesso ao público Sem acesso ao público	3 2,5

13- Escolas	Anfiteatro com assentos fixos, corredor e sala de aula Outras salas	3 2
14- Escritório	Salas de uso geral e banheiro	2
15- Forros	Sem acesso a pessoas	0,5
16- Galerias de arte	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
17- Galeria de lojas	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
18- Garagens e estacionamento	Para veículos de passageiros ou semelhante com carga máxima de 25 kN. Valores de ϕ indicados adiante	3
19- Ginásio de esporte		5
20- Hospitais	Dormitórios, enfermarias, sala de recuperação, sala de cirurgia, sala de raio X e banheiro Corredor	2 3
21- Laboratórios	Incluindo equipamentos, a ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
22- Lavanderias	Incluindo equipamentos	3
23- Lojas		4
24- Restaurantes		3
25- Teatros	Palco Demais dependências: cargas iguais às especificadas para cinemas	5 -
26- Terraços	Sem acesso ao público Com acesso ao público Inacessível a pessoas Destinados a heliportos elevados: as cargas deverão ser fornecidas pelo órgão competente do Ministério da Aeronáutica	3 2 0,5 -
27- Vestíbulo	Sem acesso ao público Com acesso ao público	1,5 3

10. ANEXO B – TABELAS PARA CÁLCULO DE LAJES

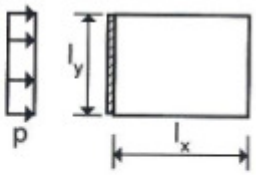






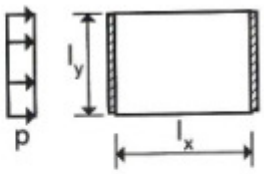
l_x/l_y	w_c	m_x	m_y	m_{xy}	r_x	r_y
0,50	10,13	100,0	36,7	52,8	269	366
0,55	9,38	93,4	38,8	51,8	268	353
0,60	8,65	86,9	40,7	50,6	267	340
0,65	7,94	80,5	42,3	49,4	266	326
0,70	7,26	74,3	43,5	47,9	265	315
0,75	6,62	68,3	44,2	46,3	263	303
0,80	6,03	62,7	44,6	44,6	261	291
0,85	5,48	57,6	44,9	42,8	259	281
0,90	4,98	52,8	45,0	41,0	256	270
0,95	4,51	48,3	44,7	39,1	253	260
1,00	4,06	44,2	44,2	37,1	250	250

l_y/l_x	w_c	m_x	m_y	m_{xy}	r_x	r_y
1,00	4,06	44,2	44,2	37,1	250	250
0,95	4,51	44,7	48,3	39,1	260	253
0,90	4,98	45,0	52,8	41,0	270	256
0,85	5,48	44,9	57,6	42,8	281	259
0,80	6,03	44,6	62,7	44,6	291	261
0,75	6,62	44,2	68,3	46,3	303	263
0,70	7,26	43,5	74,3	47,9	315	265
0,65	7,94	42,3	80,5	49,4	326	266
0,60	8,65	40,7	86,9	50,6	340	267
0,55	9,38	38,8	93,4	51,8	353	268
0,50	10,13	36,7	100,0	52,8	366	269



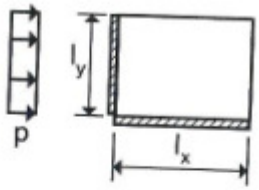
l_x/l_y	w_c	m_{xe}	m_x	m_y	m_{xy}	r_x	r_{ye}	r_y
0,50	4,85	-121,4	59,6	17,7	35,6	169	525	307
0,55	4,67	-118,8	57,9	19,5	35,4	168	521	300
0,60	4,48	-115,9	55,9	21,3	35,2	167	507	292
0,65	4,28	-112,6	53,7	22,9	35,0	167	500	284
0,70	4,07	-108,9	51,5	24,6	34,6	166	491	276
0,75	3,86	-105,0	49,1	25,9	34,2	166	482	270
0,80	3,65	-100,8	46,5	27,3	33,8	165	473	263
0,85	3,44	-96,5	44,1	28,5	33,1	165	463	257
0,90	3,22	-92,2	41,6	29,5	32,4	165	454	250
0,95	3,00	-88,0	39,2	30,3	31,6	165	444	242
1,00	2,78	-83,9	36,7	30,7	30,6	166	433	235

l_y/l_x	w_c	m_{xe}	m_x	m_y	m_{xy}	r_x	r_{ye}	r_y
1,00	2,78	-83,9	36,7	30,7	30,6	166	433	235
0,95	3,18	-88,1	38,3	34,7	32,7	177	440	240
0,90	3,62	-92,4	39,5	38,9	34,8	188	449	245
0,85	4,11	-96,7	40,2	43,5	37,0	199	460	249
0,80	4,65	-101,1	40,9	48,8	39,3	210	471	253
0,75	5,26	-105,5	41,6	54,9	41,8	223	482	257
0,70	5,94	-109,6	42,0	61,5	44,3	237	492	260
0,65	6,68	-113,3	41,7	68,5	46,6	252	501	262
0,60	7,50	-116,5	41,0	76,1	48,5	268	508	264
0,55	8,37	-119,2	39,8	84,0	50,2	285	514	266
0,50	9,27	-121,5	38,0	92,1	51,8	303	520	268



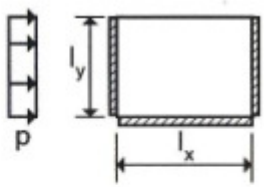
l_x/l_y	w_c	m_{xe}	m_x	m_y	r_x	r_y
0,50	2,62	-84,5	41,7	10,0	98	451
0,55	2,57	-84,3	41,4	11,1	97	447
0,60	2,52	-83,7	40,9	12,3	96	442
0,65	2,46	-82,8	40,3	13,6	97	437
0,70	2,40	-81,6	39,5	14,9	97	432
0,75	2,34	-80,1	38,4	16,1	98	427
0,80	2,27	-78,4	37,1	17,3	98	422
0,85	2,20	-76,5	35,9	18,6	99	417
0,90	2,12	-74,4	34,6	19,8	99	411
0,95	2,03	-72,2	33,1	20,7	100	406
1,00	1,92	-69,8	31,7	21,5	102	398

l_y/l_x	w_c	m_{xe}	m_x	m_y	r_x	r_y
1,00	1,92	-69,8	31,7	21,5	102	398
0,95	2,25	-74,5	33,5	24,8	109	412
0,90	2,62	-79,6	35,2	28,6	117	426
0,85	3,05	-84,9	36,7	33,0	126	441
0,80	3,55	-90,2	38,1	38,0	136	455
0,75	4,13	-95,7	39,5	43,8	149	469
0,70	4,80	-101,1	40,7	50,6	162	482
0,65	5,58	-106,3	41,4	58,1	178	495
0,60	6,45	-111,1	41,3	66,2	196	507
0,55	7,41	-115,4	40,5	75,0	215	518
0,50	8,45	-119,1	39,4	84,6	236	528



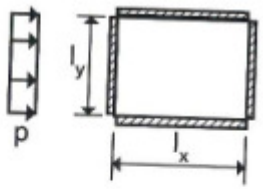
$\frac{l_x}{l_y}$	w_c	m_{xe}	m_{ye}	m_x	m_y	m_{xy}	r_{xe}	r_x	r_{ye}	r_y
0,50	4,68	-117,7	-78,2	57,6	19,1	35,4	350	157	484	263
0,55	4,44	-113,6	-77,9	55,0	21,1	35,2	350	158	467	252
0,60	4,18	-109,3	-77,6	52,2	22,9	34,9	350	158	454	242
0,65	3,90	-104,7	-77,3	49,3	24,5	34,4	350	159	436	231
0,70	3,60	-99,6	-76,8	46,0	25,6	33,7	350	159	423	220
0,75	3,33	-94,0	-75,9	42,8	26,6	32,9	349	160	409	209
0,80	3,08	-88,2	-74,6	39,6	27,4	31,9	348	161	394	198
0,85	2,83	-82,5	-73,1	36,5	28,0	30,8	346	162	380	189
0,90	2,58	-77,3	-71,4	33,6	28,4	29,6	344	163	365	180
0,95	2,34	-72,4	-69,6	30,8	28,4	28,2	341	163	352	171
1,00	2,10	-67,7	-67,7	28,1	28,1	26,6	338	162	338	162

$\frac{l_y}{l_x}$	w_c	m_{xe}	m_{ye}	m_x	m_y	m_{xy}	r_{xe}	r_x	r_{ye}	r_y
1,00	2,10	-67,7	-67,7	28,1	28,1	26,6	338	162	338	162
0,95	2,34	-69,6	-72,4	28,4	30,8	28,2	352	171	341	163
0,90	2,58	-71,4	-77,3	28,4	33,6	29,6	365	180	344	163
0,85	2,83	-73,1	-82,5	28,0	36,5	30,8	380	189	346	162
0,80	3,08	-74,6	-88,2	27,4	39,6	31,9	394	198	348	161
0,75	3,33	-75,9	-94,0	26,6	42,8	32,9	409	209	349	160
0,70	3,60	-76,8	-99,6	25,6	46,0	33,7	423	220	350	159
0,65	3,90	-77,3	-104,7	24,5	49,3	34,4	436	231	350	159
0,60	4,18	-77,6	-109,3	22,9	52,2	34,9	454	242	350	158
0,55	4,44	-77,9	-113,6	21,1	55,0	35,2	467	252	350	158
0,50	4,68	-78,2	-117,7	19,1	57,6	35,4	484	263	350	157



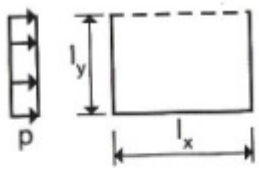
l_x/l_y	w_c	m_{xe}	m_{ye}	m_x	m_y	r_{xe}	r_x	r_y
0,50	2,54	-83,6	-56,3	41,5	11,0	254	100	412
0,55	2,49	-82,6	-56,4	40,6	12,1	254	100	405
0,60	2,42	-81,3	-56,6	39,7	13,6	255	100	394
0,65	2,33	-79,6	-56,9	38,5	14,9	257	100	384
0,70	2,24	-77,4	-57,2	37,0	16,1	259	100	375
0,75	2,15	-74,8	-57,1	35,4	17,4	260	100	365
0,80	2,05	-72,0	-56,8	33,8	18,6	261	101	356
0,85	1,94	-69,1	-56,4	32,0	19,6	262	101	347
0,90	1,83	-66,0	-56,0	30,0	20,5	263	102	337
0,95	1,70	-62,8	-55,6	28,1	21,1	264	103	326
1,00	1,57	-59,6	-55,1	26,1	21,3	265	105	315

l_y/l_x	w_c	m_{xe}	m_{ye}	m_x	m_y	r_{xe}	r_x	r_y
1,00	1,57	-59,6	-55,1	26,1	21,3	265	105	315
0,95	1,80	-62,6	-59,9	26,9	23,9	278	114	320
0,90	2,04	-65,5	-65,2	27,5	26,8	293	122	325
0,85	2,30	-68,2	-71,0	28,0	30,0	308	131	330
0,80	2,57	-70,6	-77,3	28,2	33,4	324	140	334
0,75	2,86	-72,7	-83,9	27,9	37,0	342	152	337
0,70	3,17	-74,3	-90,7	27,2	40,8	361	164	340
0,65	3,50	-75,5	-97,8	25,9	44,6	380	178	342
0,60	3,84	-76,5	-104,6	24,3	48,3	397	192	343
0,55	4,17	-77,4	-110,1	22,5	51,7	414	206	344
0,50	4,50	-78,2	-114,0	20,5	55,5	434	221	345

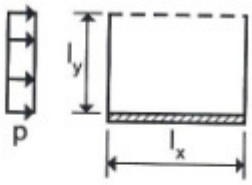


l_x/l_y	w_c	m_{xe}	m_{ye}	m_x	m_y	r_x	r_y
0,50	2,51	-82,6	-56,0	40,9	11,8	241	380
0,55	2,45	-80,6	-56,1	39,6	13,2	242	367
0,60	2,35	-78,4	-56,2	38,2	14,9	244	353
0,65	2,22	-75,9	-56,5	36,5	16,5	247	339
0,70	2,09	-73,1	-56,8	34,5	17,8	249	326
0,75	1,97	-69,8	-56,4	32,3	18,8	250	313
0,80	1,84	-66,1	-55,8	30,0	19,7	251	299
0,85	1,70	-62,0	-55,0	27,7	20,5	251	286
0,90	1,56	-58,0	-54,0	25,5	21,1	251	275
0,95	1,42	-54,3	-52,7	23,3	21,3	251	262
1,00	1,27	-51,1	-51,1	21,1	21,1	250	250

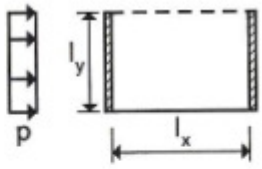
l_y/l_x	w_c	m_{xe}	m_{ye}	m_x	m_y	r_x	r_y
1,00	1,27	-51,1	-51,1	21,1	21,1	250	250
0,95	1,42	-52,7	-54,3	21,3	23,3	262	251
0,90	1,56	-54,0	-58,0	21,1	25,5	275	251
0,85	1,70	-55,0	-62,0	20,5	27,7	286	251
0,80	1,84	-55,8	-66,1	19,7	30,0	299	251
0,75	1,97	-56,4	-69,8	18,8	32,3	313	250
0,70	2,09	-56,8	-73,1	17,8	34,5	326	249
0,65	2,22	-56,5	-75,9	16,5	36,5	339	247
0,60	2,35	-56,2	-78,4	14,9	38,2	353	244
0,55	2,45	-56,1	-80,6	13,2	39,6	367	242
0,50	2,51	-56,0	-82,6	11,8	40,9	380	241



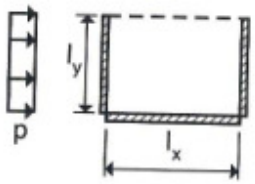
l_y/l_x	w_c	m_y	m_x	w_o	m_{xo}
0,30	1,31	12,3	13,4	2,47	21,8
0,35	1,76	15,6	17,5	3,22	29,0
0,40	2,24	19,0	22,4	3,98	36,3
0,45	2,74	22,3	27,8	4,74	43,6
0,50	3,26	25,1	33,3	5,50	51,0
0,55	3,78	27,5	38,7	6,23	58,3
0,60	4,30	29,6	43,9	6,94	65,1
0,65	4,80	31,3	49,1	7,59	71,6
0,70	5,29	32,7	53,9	8,20	77,4
0,75	5,76	33,8	58,4	8,73	82,8
0,80	6,21	34,7	62,7	9,22	87,5
0,85	6,64	35,4	66,8	9,65	91,7
0,90	7,03	36,0	70,7	10,03	95,5
0,95	7,40	36,3	74,3	10,40	99,2
1,00	7,76	36,3	77,6	10,75	102,6
1,10	8,39	36,3	83,8	11,25	107,6
1,20	8,95	36,0	89,1	11,68	111,9
1,30	9,41	35,5	93,7	11,98	114,8
1,40	9,85	35,0	97,6	12,22	117,2
1,50	10,27	34,4	100,9	12,42	119,1
1,75	10,97	32,6	107,4	12,64	121,3
2,00	11,56	30,9	112,4	12,84	123,2



l_y/l_x	w_c	m_{ye}	m_y	m_x	w_o	m_{xo}
0,30	0,27	-37,2	-5,0	0,4	0,72	5,0
0,35	0,45	-46,8	-3,6	1,8	1,15	8,8
0,40	0,68	-56,0	-2,0	3,8	1,65	13,3
0,45	0,97	-64,9	-0,2	6,9	2,26	18,9
0,50	1,30	-73,4	2,1	10,4	2,91	25,5
0,55	1,66	-81,1	4,8	14,2	3,63	32,5
0,60	2,03	-87,8	7,8	18,3	4,35	39,5
0,65	2,43	-93,5	10,9	22,7	5,06	46,5
0,70	2,86	-99,2	13,8	27,3	5,77	53,5
0,75	3,31	-103,6	16,5	32,1	6,49	60,6
0,80	3,78	-107,7	19,0	36,9	7,20	67,6
0,85	4,23	-111,1	21,3	41,5	7,80	73,6
0,90	4,66	-113,8	23,4	45,9	8,32	78,7
0,95	5,08	-116,0	25,3	50,2	8,81	83,5
1,00	5,49	-117,7	27,1	54,4	9,28	88,1
1,10	6,33	-120,1	29,4	61,9	10,08	95,9
1,20	7,08	-121,9	31,3	68,9	10,84	102,4
1,30	7,71	-122,9	32,5	75,1	11,24	107,4
1,40	8,30	-123,6	33,4	81,0	11,67	111,7
1,50	8,86	-124,2	33,8	86,2	11,99	114,9
1,75	9,86	-124,8	33,7	97,0	12,42	119,2
2,00	10,67	-125,0	32,4	104,2	12,73	122,2



l_y/l_x	w_c	m_{xe}	m_y	m_x	w_o	m^o_{xe}	m_{xo}
0,30	0,74	-35,5	10,2	11,9	1,36	-72,6	19,0
0,35	0,95	-40,5	11,9	15,0	1,61	-78,5	24,0
0,40	1,12	-45,1	13,4	17,8	1,81	-83,4	28,1
0,45	1,27	-49,4	14,6	20,7	1,97	-87,4	31,5
0,50	1,41	-53,4	15,6	23,3	2,10	-89,5	34,2
0,55	1,55	-57,1	16,5	25,6	2,22	-90,0	36,4
0,60	1,67	-60,5	17,3	27,7	2,30	-90,1	38,2
0,65	1,78	-63,5	17,4	29,5	2,35	-90,0	39,6
0,70	1,87	-66,2	17,2	30,9	2,38	-89,7	40,6
0,75	1,96	-68,6	16,9	32,2	2,41	-89,2	41,2
0,80	2,05	-70,6	16,6	33,5	2,43	-88,4	41,5
0,85	2,12	-72,4	16,3	34,6	2,45	-87,2	41,6
0,90	2,18	-74,0	16,1	35,5	2,46	-86,0	41,7
0,95	2,24	-75,4	15,9	36,2	2,47	-84,8	41,8
1,00	2,29	-76,7	15,5	36,8	2,48	-84,3	41,9
1,10	2,36	-78,9	14,6	37,4	2,50	-84,0	41,9
1,20	2,41	-80,6	13,4	37,7	2,52	-83,8	41,8
1,30	2,45	-81,7	12,1	38,0	2,53	-83,6	41,8
1,40	2,49	-82,3	11,0	38,4	2,54	-83,5	41,7
1,50	2,52	-82,6	10,2	38,8	2,55	-83,4	41,7
1,75	2,54	-83,0	9,5	40,3	2,57	-83,3	41,7
2,00	2,56	-83,3	9,1	41,9	2,59	-83,3	41,7



l_y/l_x	w_c	m_{ye}	m_{xe}	m_y	m_x	w_o	m^o_{xe}	m_{xo}
0,30	0,21	-32,7	-13,3	-3,3	1,8	0,70	-37,9	7,7
0,35	0,33	-39,6	-16,5	-1,4	4,2	1,12	-47,1	12,6
0,40	0,46	-45,3	-20,6	0,7	6,6	1,42	-56,3	17,1
0,45	0,59	-48,6	-26,2	2,9	8,9	1,63	-65,5	21,0
0,50	0,74	-51,1	-31,9	5,1	11,4	1,78	-74,2	24,6
0,55	0,90	-52,6	-36,9	7,0	14,0	1,92	-78,3	27,9
0,60	1,04	-53,8	-41,5	8,7	16,5	2,05	-81,5	30,9
0,65	1,18	-54,8	-46,0	10,1	18,8	2,17	-84,0	33,5
0,70	1,31	-55,6	-49,6	11,3	20,9	2,28	-85,8	35,6
0,75	1,42	-56,0	-52,8	12,3	22,8	2,38	-86,9	37,2
0,80	1,52	-56,2	-55,9	13,3	24,6	2,46	-87,2	38,5
0,85	1,62	-56,3	-58,9	14,0	26,2	2,52	-87,3	39,5
0,90	1,71	-56,2	-61,8	14,4	27,6	2,56	-87,2	40,2
0,95	1,80	-56,1	-64,7	14,5	28,9	2,57	-87,0	40,8
1,00	1,88	-56,0	-67,5	14,7	30,1	2,58	-86,6	41,3
1,10	2,02	-55,9	-70,3	14,6	32,0	2,58	-85,8	41,5
1,20	2,14	-55,8	-73,1	14,1	33,6	2,59	-84,9	41,6
1,30	2,22	-55,7	-75,9	13,4	35,0	2,59	-84,2	41,7
1,40	2,28	-55,6	-78,5	12,9	36,3	2,59	-83,8	41,7
1,50	2,32	-55,6	-80,5	12,4	37,2	2,59	-83,6	41,7
1,75	2,38	-55,6	-82,3	10,6	38,7	2,59	-83,4	41,7
2,00	2,43	-55,6	-83,3	9,4	39,8	2,59	-83,3	41,7

Reação de apoio nas lajes com bordo livre – As duas primeiras colunas referem-se às tabelas das páginas 162 e 165, as duas colunas centrais da página 163 e as duas últimas colunas da página 164

l_y/l_x	r_x	r_y	r_x	r_y	r_x	r_y
0,30	210	150	248	87	144	259
0,35	227	175	279	101	144	294
0,40	240	200	308	115	144	320
0,45	248	225	333	130	144	340
0,50	250	250	356	144	144	356
0,55	250	273	375	159	144	369
0,60	250	292	392	173	144	380
0,65	250	308	406	188	144	389
0,70	250	321	417	202	144	397
0,75	250	333	425	217	144	404
0,80	250	344	430	231	144	410
0,85	250	353	433	245	144	415
0,90	250	361	433	259	144	420
0,95	250	368	433	272	144	424
1,00	250	375	433	283	144	428
1,10	250	386	433	303	144	434
1,20	250	396	433	320	144	440
1,30	250	404	433	333	144	444
1,40	250	411	433	345	144	448
1,50	250	417	433	356	144	452
1,75	250	429	433	376	144	459
2,00	250	438	433	392	144	464